

رقم ١١٦
المكان للدرج يا ضياء وفلديه

الجزء الاول
من
تحفة الطلاب في علم الحساب

تأليف
المرحوم احمد بك عظيم
ناظر المدرسة الخديوية

وهو مقر السنة الاولى من التعليم التجهيزي

قررت نظارة المعارف العمومية بتاريخ ١٨ ديسمبر سنة ١٨٩٢ نمرة ٢٨٤
لزوم طبع هذا الكتاب على نفقة لها وتدرسه بالمدارس الاميرية

(حقوق الطبع محفوظة للنظارة)

(الطبعة الثانية)
بالمطبعة الكبرى الاميرية ببولاق مصر المحمية
سنة ١٨٩٤
افرنجيه



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

نحمدك يا من نعمك لا يحصيها حساب الحاسبين ولا يقوم بواجبها شكر الشاكرين ونصلي
ونسلم على سيدنا محمد أسّ شرعك الاقوام وقاسم نوالك الاعظم وعلى آله الذين سادوا بنفسيتهم
اليه وأصحابه الذين نالوا درجات السعادة في العاجلة والآجلة باعتمادهم في المهمات عليه
(وبعد) فلما كان علم الحساب من العاوم المفيدة للطلاب اذ به تنمو الادراكات
وتتزايد المعلومات وكانت الكتب الموجودة مع بعدها عن الغاية المقصودة قليلة الحدوى
صعبة المأخذ أمرت أن أولف كتابا سهل المثال واضح المثال موصلا للطلاب على نمط
سهل مرغوب لتلامذة المدارس الاميرية التجهيزية في ظل ساحة الحضرة الفخيمة الخديوية
ملكنا الاعظم وخذلونا الانغم الذي لم يأل جهدا في نشر المعارف في أنحاء البلاد وبث روح
التقدم بين العباد ولي نعمتنا (عباس باشا علمى الثانى) منح الله الامه بنور عدله وكمال
حزمه جميع الامانى وحرسه بعين عنايته وقوى دولته بدوام صولته فترقى الامه بكمال حزمه
وقوة عزمه مجدة في الحصول على المعارف مستظلة بظله الوارف فشمرت عن ساعد الجد
امثالا للمقال وتحقيق الامال فجاء بمعونة الله كفيلا بالافادة موفيا بالغاية وزيادة وسميته
(تحفة الطلاب في علم الحساب) وقلت وعلى الله الاعتماد

احمد تظيم
ناظر المدرسة الخديوية

الجزء الأول

من تحفة الطلاب في علم الحساب

الباب الأول

(في التعاريف الأولية والعديّة وعمليات الحساب الأربعة الأصلية)

الفصل الأول

(في التعاريف الأولية)

- (١) الحساب هو علم يبحث فيه عن معرفة الأعداد وأجراء العمليات المختلفة عليها
- (٢) الكم أو الكمية كل ما قبل الزيادة والنقص مثل الطول والسطح والزمن والثقل ونحوها
- (٣) الوحدة أو الاحد كمية مصطلح عليها تؤخذ قياسا لكميات أخرى متحدة الجنس مثل الذراع والقصبة والمتر ونحوها
- (٤) العدد هو نتيجة تقدير الكم بالاحد
فإن دلت تلك النتيجة على احتواء الكم للاحد مرة أو عدة مرات صحيحة سميت عددا صحيحا
حينئذ فالعدد الصحيح هو واحد أو عدة وحدات متساوية المقدار
وإن دلت على أن الكمية أقل من الاحد سميت كسرا
وحينئذ فالعدد الكسر هو ما دون الواحد
وإن دلت على احتواء الكم للاحد مرة أو عدة مرات صحيحة وعلى مقدار أقل من الواحد سميت عددا كسريا
وحينئذ فالعدد الكسري هو ما تألف من عدد صحيح وكسر
والعدد ان لم يذكّر جنس أحاده عند النطق به سمي مبهما كخمسة مثلا أما ان ذكر جنس أحاده عند النطق به فإنه يسمى مبيها كخمسة أرطال مثلا

الفصل الثاني

(في العديّة أو العدّة)

- (٥) العديّة كيفية الغرض منها تأليف الأعداد وتسميتها ورسمها بأشكال

(في تأليف الاعداد)

(٦) تتألف الاعداد بضم الواحد الى نفسه والى كل ناتج يحدث ومن هذا يعلم أنها غير متناهية لانه مهما كان العدد الناتج من التأليف كبيرا فانه اذا ضم اليه واحد حدث عددا كبيرا منه

(في تسمية الاعداد أو العدية اللفظية أو الهوائية)

(٧) قد علمت من كيفية تأليف الاعداد أنها غير متناهية وبذاتة معذربل يستحيل اعطاء كل منها اسما يخصه لكنهم وصلوا لافرض اتفقوا على استعمال ألفاظ قليلة يتيسر به تسمية جميع الاعداد الممكنة كما سنبينه

أولا - انهم أعطوا التسعة أعداد الاول الالفاظ التسعة الآتية على الترتيب وهي واحد اثنان ثلاثة أربعة خمسة ستة سبعة ثمانية تسعة (وسموا هذه الاعداد بالآحاد البسيطة الاصلية)

ثانيا - انهم أعطوا العدد المتكون من اضافة الواحد الى تسعة اسم عشرة وجعلوه نوعا جديدا من الوحدة وعدوا به من عشرة الى تسع عشرات كما عدوا بالآحاد البسيطة فقالوا عشرة عشرون ثلاثون أربعون خمسون ستون سبعون ثمانون تسعون (وسموا هذه الاعداد بالعشرات)

ثالثا - انهم اتفقوا على تسمية الاعداد المتوسطة بين كل عشرة والتي تليها بواسطة ضم أسماء التسعة أعداد الاول الى كل اسم من أسماء العشرة والعشرين الى التسعين فقالوا مثلا أحد عشر اثنى عشر واحد وعشرين وهكذا الى تسعة وتسعين

رابعا - انهم أعطوا العدد المتكون من اضافة الواحد الى عدد تسعة وتسعين اسم مائة أو عشر عشرات وجعلوه نوعا جديدا من الوحدة وعدوا به من المائة الى تسع مئات كما عدوا بالآحاد البسيطة وبالعشرات فقالوا مائة مائتين ثلاثمائة أربعمائة خمسمائة ستمائة سبعمائة ثمانمائة تسعمائة (وسموا هذه الاعداد بالمئات) ثم انه باضافة أسماء التسعة وتسعين عددا الاول الى كل من مائة ومائتين الى تسعمائة قد تحصلوا على أسماء جميع الاعداد من مائة وواحد الى تسعمائة تسعة وتسعين

خامسا - انهم أعطوا للعدد المتألف من ضم الواحد الى عدد تسعمائة تسعة وتسعين اسم الاف أو عشر مئات وجعلوه وحدة جديدة أيضا وعدوا به من ألف الى تسعة آلاف

فقالوا ألف ألفان ثلاثة آلاف أربعة آلاف خمسة آلاف ستة آلاف سبعة آلاف ثمانية آلاف تسعة آلاف (وسموا هذه الأعداد بالآلاف) ثم إنه بإضافة أسماء التسعمائة وتسعة وتسعين عدد الأول إلى كل من ألف وألفين وهكذا إلى تسعة آلاف قد توصلوا إلى تسمية جميع الأعداد من ألف وواحد إلى تسعة آلاف وتسعمائة وتسعة وتسعين

سادسا - حيث قد علم مما تقدم أن اجتماع كل عشرة آحاد من أي مرتبة كانت يحصل منه نوع جديد من الوحدة فكان يجب بالقياس على ذلك إعطاء العدد المؤلف من ضم الواحد إلى عدد تسعة آلاف وتسعمائة تسعة وتسعين اسمًا يخصه لكنهم اصطلموا لأجل الاختصار في التسمية على اعتبار الآلاف وحدة جديدة أصلية وعدوا بآحاد الآلاف وعشرات ومئاته كما عدوا بآحاد البسيطة وعشرات ومئاتها وبهذه الطريقة قد توصلوا إلى تسمية جميع الأعداد من عشرة آلاف وواحد إلى تسعمائة تسعة وتسعين ألفا وتسعمائة وتسعة وتسعين

سابعا - إنهم أعطوا للعدد المؤلف من ضم الواحد إلى عدد تسعمائة وتسعة وتسعين ألفا وتسعمائة وتسعة وتسعين اسمًا مليون أو ألف ألف وجعلوه وحدة جديدة وعدوا بآحاده وعشرات ومئاته من مليون إلى ألف مليون وجعلوا هذا العدد الأخير وحدة جديدة وسموها بليونًا ثم إنهم جعلوا من ألف بليون وحدة أخرى جديدة وسموها ترليونًا وهكذا

ومقتضى ما ذكر في طريقة العدية الهوائية أن اسم أي عدد من هذه الأعداد لا يتحقق إلا بضم عدد تسعمائة وتسعة وتسعين الأول إلى ألف أو مليون أو بليون وهكذا بشرط أن لا يكون منطوق كل عدد منها دالًا على أكثر من تسع آحاد وتسع عشرات وتسع مئات من كل نوع ومن ثم سميت الوحدة الأصلية التي يتوصل إليها إلى تأليف جميع الأعداد بالوحدة البسيطة أو وحدة المرتبة الأولى وسميت العشرات بآحاد المرتبة الثانية والمئات بآحاد المرتبة الثالثة والآلاف بآحاد المرتبة الرابعة وعشرات الآلاف بآحاد المرتبة الخامسة وهكذا

ثم إن الوحدات الأولية أو وحدات المرتبة الأولى والآلاف أو وحدات المرتبة الرابعة والملايين أو وحدات المرتبة السابعة الخ تسمى وحدات المراتب أو الفصول الثلاثة لأنها تتابع ثلاثة ثلاثة والفصول الثلاثة التي اتفق على تسميتها اثنا عشر وهي آحاد الآلاف مليون بليون ترليون كاترليون سنكليون سيسليون سيتليون ويتليون نوفليون ديشليون

(في رسم الاعداد بالاشكال أو العدية الوضعية أو الغبارية)

(٨) لما سلك علماء الحساب مسلك الإيجاز والاختصار في تسمية الاعداد رأوا من الواجب أن يسلكوا هنا أيضا عين هذا المسلك طلبا للسرعة في اجراء الاعمال وكما أنهم استعملوا لأجل النطق بالاعداد تسعة كلمات اخترعوا أيضا لأجل كتابتها تسع اشارات أو أرقام وكما أنه يحدث من اجتماع أسماء الاعداد التسعة مع أسماء آحاد المراتب المختلفة أسماء جميع الاعداد اصطلمحوا أيضا على أن الأرقام الموضوعة بجانب بعضها تدل بالنظر لذاتها على عدد وحدات كل نوع وبالنظر لوضعها على مرتبة تلك الوحدات وهالك بيان الأرقام التسعة المذكورة

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

وهي عبارة عن

واحد اثنان ثلاثة أربعة خمسة ستة سبعة ثمانية تسعة

فإذا أريد كتابة أي عدد توضع الأرقام الدالة على مقدار وحدات كل مرتبة من مراتبه المشتمل عليها بجانب بعضها بحيث يكون رقم الآحاد البسيطة أو آحاد المرتبة الأولى في الخانة الأولى من الجهة اليمنى ورقم العشرات أو آحاد المرتبة الثانية في الخانة الثانية على يسار الخانة الأولى ورقم المئات أو آحاد المرتبة الثالثة في الخانة الثالثة على يسار الثانية وهكذا فعلى هذا يكتب عدد تسعة آلاف وخمسمائة وسبعة وستين هكذا

٩٥٦٧

فإذا لم يحتو العدد المقفوظ به على وحدات جميع المراتب التي تكون دون مرتبة آحاده العليا فإنه يوضع محلها هذه العلامة (٠) ويعبر عنها بصفر وهو لا قيمة له في نفسه وإنما فائدة وضعه حفظ محل ما لم يوضع من الأرقام التي هي ٩ و ٨ و ٧ و ٦ و ٥ و ٤ و ٣ و ٢ و ١

فعلى مقتضى ما ذكر يكتب عدد تسعمائة وخمسة المئات من تسع مئات وخمسة آحاد بدون عشرات هكذا

٩٠٥

(٩) وعلى العموم إذا أريد كتابة أي عدد ملفوظ به توضع الأرقام الدالة على وحدات مراتبه التي يحتوى عليها من مئات كل مرتبة ثلاثية وعشراتهما وآحادهما متتالية بعضها بجانب بعض بالابتداء من الجهة اليسرى وتوضع أصفار في محل الآحاد أو العشرات أو المئات التي تكون معدومة من العدد المفروض فعلى مقتضى ما ذكر يكتب عدد تسعمائة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة هكذا

٩٠٧٠٠٠٥٠٣

(١٠) لقراءة أى عدد مكتوب يقسم الى فصول ثلاثية الارقام من اليمين الى اليسار وقد يكون الفصل الاخير من الجهة اليسرى لا يحتوى الا على رقم أو رقمين فقط ثم يتدأ من اليمين الى اليسار بقراءة كل فصل على حده ويذكر في الآخر اسم أحاده فإذا أريد قراءة عدد ٩٠٧٠٠٠٥٠٣ نطق به هكذا تسعمائة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة آحاد

والطريقة التى تكلمنا عليها فى العدديّة تسمى بالطريقة العشرية لان المستعمل فيها عشرة أرقام ولذا قيل ان أساسها عشرة

(١١) ومما تقدم ينتج

أولاً - أن لكل رقم من أى عدد قيمتين احدهما القيمة المطلقة وهى المتعلقة بذاته من حيث دلالاته على الوحدات المتألف منها وثانيتهما القيمة النسبية وهى المتعلقة بالرتبة التى يشغلها الرقم ثانياً - اذا وضع صفر أو صفران أو عدة أصفار على يسار أى عدد أو حذف من يساره فان قيمة العدد لا تتغير بخلاف ما اذا كانت تلك الأصفار الموضوعة أو المحذوفة من يمينه فان ذلك مما يكبر قيمة العدد أو يصغرها عما كانت عليه بعشر مرات أو بمائة مرة أو بألف مرة فإذا وضع صفران على شمال عدد ٢٤٨ بان صار ٢٤٨٠٠ فان قيمته لا تتغير لان كل رقم من أرقامه لا يزال شاغلا المنزلة التى كان يشغلها أولاً بخلاف ما اذا وضع الصفران على يمينه بأن صار ٢٤٨٠٠ فان قيمته كبرت عن أصلها مائة مرة لان كل رقم من أرقامه ٨ و ٤ و ٢ قد دل على آحاداً كبر من آحاده بمائة مرة والعكس للعكس

الفصل الثالث

(فى عمليات الحساب الاصلية)

(١٢) للحساب أربع عمليات أصلية هى الجمع والطرح والضرب والقسمة فالجمع والضرب لتركيب الاعداد والطرح والقسمة لتحليلها واجراء هذه العمليات يسمى حساباً

(١٣) كل عملية من العمليات المبني عليها هذا العلم تتضمن أربعة أشياء هى الغرض والقاعدة والبرهان والميزان فالغرض من أى عملية هو المقصود منها والقاعدة هى الوسائط المستعملة للوصول الى ذلك الغرض والبرهان ما بواسطته يكون اثبات الطرق المستعملة للوصول الى الغرض والميزان عملية ثانية مجعولة لتحقيق صحة العملية الاولى

(في الجمع — مع)

(١٤) الجمع عملية الغرض منها تحصيل عدد يسمى بمجموعا يحتوى على وحدات عددين أو جملة أعداد مفروضة من نوع واحد

يستدل على الجمع بهذه العلامة + وتسمى زائد فالمقدار ٣ + ٤ يراد به لزوم ضم عدد ٣ الى عدد ٤

ينتج من تعريف الجمع أنه إذا أريد ضم عدد الى آخر يحل أحدهما وليكن الأصغر مثلا الى وحداته المتألف منها ثم تضاف على التوالى واحدا بعد آخر الى العدد الثانى

(١٥) وهذه الطريقة وان لم يظهر فيها صعوبة كبرى عندما يراد جمع عددين بسيطين مثل ٣ و ٤ غير أن تلك الصعوبة تظهر عندما يكون العددان أو الأعداد المراد جمعها كبيرة ففي هذه الحالة يتحصل المجموع الكلى بواسطة مجموعات جزئية مختصرة وذلك بأن تجمع الآحاد والعشرات والمئات الخ الموافق جميع الأعداد المطلوب جمعها كل منها على حدة ولسهولة العمل توضع الأعداد المفروضة تحت بعضها على وجه بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة متحاذية في عمود رأسى ولنمثل لذلك بمثالين

الاول - أن يكون المطلوب جمع عددي ٦٤ و ٣٢ نضعهما هكذا

$$\begin{array}{r} 64 \\ 32 \\ \hline 96 \end{array}$$

ثم نقول ٤ آحاد و ٢ آحاد يحصل ٦ آحاد نضعها تحت عمود الآحاد ثم نقول ٦ عشرات و ٣ عشرات يحصل ٩ عشرات نضعها تحت عمود العشرات وعلى ذلك يكون ٩٦ هو المجموع المطلوب

والمعتاد في كل جمع جزئى الاستغناء عن التصريح باسم جنس الآحاد التى يجرى فيها العمل ولذا يقال ٤ و ٢ يحصل ٦ و ٦ و ٣ يحصل ٩

المثال الثانى - أن يكون المطلوب تحصيل مجموع الأعداد ٤٥٢٣٧ و ٤٥٦ و ٨٧٣٢٧ و ٨٤ فنضعها هكذا

$$\begin{array}{r} 45237 \\ 456 \\ 87327 \\ 84 \\ \hline 133104 \end{array}$$

ثم نقول ٧ و ٦ يحصل ١٣ و ٧ يحصل ٢٠ و ٤ يحصل ٢٤ فنضع ٤ في منزلة الآحاد ونحفظ ٢ عشرات لنضيفها الى عشرات الاعداد المفروضة ثم نقول معنا ٢ و ٣ يحصل ٥ و ٥ يحصل ١٠ و ٢ يحصل ١٢ و ٨ يحصل ٢٠ و حيث ان ٢ عشرات تعادل عشرات + ٢ مئات فنضع . في منزلة العشرات ونحفظ ٢ مئات لنضيفها الى مئات الاعداد المفروضة ثم نقول معنا ٢ و ٢ يحصل ٤ و ٤ يحصل ٨ و ٣ يحصل ١١ و حيث ان ١١ مئات تعادل ١ مئات + ١ ألف فنضع ١ مئات تحت عمود المئات ونحفظ ١ ألف لنضيفه الى ألوف الاعداد المفروضة ثم نقول معنا ١ و ٥ يحصل ٦ و ٧ يحصل ١٣ و حيث ان ١٣ ألوف تعادل ٣ ألوف + ١ عشرات ألوف فنضع ٣ تحت عمود الألوف ونحفظ ١ عشرات ألوف لنضيفه على عشرات ألوف الاعداد المفروضة ونقول معنا ١ و ٤ يحصل ٥ و ٨ يحصل ١٣ و حيث ان العدد ١٣ يعادل ٣ عشرات ألوف + ١ مئات ألوف فيوضع ٣ محل عشرات الألوف ويوضع الواحد محل مئات الألوف ويكون عدد ١٣٣١٠٤ هو المجموع المطلوب

(١٦) وعلى العموم اذا أريد جمع جملة أعداد نضعها تحت بعضها بحيث تكون آحادها المتحدة المنزلة في عمود رأسي ونرسم تحتها مستقيماً أفقياً ليفصلها من الحاصل ونبتدئ الجمع من جهة اليمين من عمود الآحاد فان لم يتجاوز ٩ وضعت النتيجة تحت العمود المذكور والا لم نضع تحته غير آحاده ثم نحفظ العشرات لنضيفها الى عمود العشرات ونجري العملية على هذا العمود كما أجريناه على عمود الآحاد ونستمر على هذا المنوال حتى نصل الى العمود الاخير فنضع تحته جملة بتمامها

(١٧) لما كان العدد المتحصل من هذه العملية مؤلفاً من جميع وحدات المنازل المختلفة للاعداد المفروضة فيكون هو ضرورة حاصل الجمع المطلوب

(١٨) قد اشترطنا عند اجراء عملية الجمع أن الابتداء بها يكون من جهة اليمين وذلك لانه يتحصل بهذه الكيفية من جمع كل عمود رقم من الحاصل المطلوب

ولا يتأتى ذلك دائماً اذا كان الابتداء من جهة اليسار لانه في صورة ما اذا كان يتحصل من جمع أحد الأعمدة أكثر من ٩ آحاد فانه يلزم وضع الآحاد واطراف العشرات الزائدة الى الرقم الموضوع تحت العمود الذي قبله وهذا لا يتأتى الا اذا تغير الرقم المذكور

وهالك مثالا لذلك

$$\begin{array}{r}
 ٨٧٣٩ \\
 ٩٦٧٨ \\
 ٦٨٩٧ \\
 \hline
 ٢٣١٩٤ \\
 ٢١٢ \\
 \hline
 ٢٥٢١٤ \\
 ١ \\
 \hline
 ٢٥٣١٤
 \end{array}$$

(١٩) يكفي في ميزان عملية الجمع إعادة العمل على عكس عملية الجمع المعتادة بمعنى أنه إذا كان الجمع قد أجرى من أعلى الى أسفل فإن الميزان يجري من أسفل الى أعلى فإن تساوى المجموعان فلا يكون في العملية غلط كما في هذا المثال

$$\begin{array}{r}
 ٦٥٨٨ \\
 \hline
 ٠٩٢٧ \\
 ٤٣ \\
 \hline
 ٥٦١٨ \\
 \hline
 ٦٥٨٨
 \end{array}$$

وقد يقع الغلط في عملية الميزان الجديدة بل ربما يكون الغلط الواقع في العمليتين واحدا فعلى هذا لا يكون الغرض من ميزان العملية الا تقريب نتيجتها الى العقل تقريبا كليا

(الكلام على المسائل)

(٢٠) لكل مسألة حل وحلها افادة جوابها

ويلزم لحل أى مسألة حسابية أمران أحدهما ترتيب ما يلزم لتحصيل النتيجة المطلوبة ويسمى ذلك بترتيب السؤال والثاني اجراء عملية حلها

(٢١) وليست الصعوبة في حل مسألة اجراء العملية الموصلة للحل بل الصعوبة في نفس ترتيب حلها اذ لا قاعدة لذلك انما ادراك هذا الترتيب يكون باستعداد طبيعي يكتسبه الطالب من كثرة ممارسته لحل المسائل لكن الواجب لتسهيل وسائل ذلك أن يتصور الطالب في عملية أى حسبة وأن يتأمل في السؤال تأملا جيدا لينظر ما يوافق من الاعمال لارتباط المقادير المعروفة بالمقادير المطلوبة ففى نيل هذا المقصود سهل حل المسألة لانه لا يبقى بعد ذلك غير عملية الحسابات المنوطة بطرق علم الحساب

(في مسائل الجمع)

(٢٢) ولنسرد بعض مسائل الجمع فنقول

(١) أحد السواحين سافر خمسة أيام فقطع في أول يوم ٢٥ ميلا وفي الثاني ٢٧ ميلا وفي الثالث ١٩ ميلا وفي الرابع ٣٠ ميلا وفي الخامس ٢٤ ميلا والمطلوب معرفة مقدار طول الطريق التي قطعها

فالجواب أن مقدار طول الطريق يعرف بجمع المسافات التي قطعها في الأيام الخمسة وحينئذ اذا جمعت الاعداد ٢٥ و ٢٧ و ١٩ و ٣٠ و ٢٤ يعلم أن مقدار طول الطريق التي قطعها السائح هو ١٢٥ ميلا

(٢) اشترى أحد الملتزمين ضيعة فدفع في ثمن أشجارها مبلغ ٧٥٦٤٥ غرشا وفي ثمن مواشيها مبلغ ٤٥٦٧ غرشا وفي ثمن آلات زراعتها مبلغ ٨٦٨٩ غرشا وفي ثمن البيوت الموجودة به مبلغ ٦٨٤٦٤ غرشا وبلغت مصاريف الحجج مبلغ ٦٥٢٣ غرشا وقيمة أتعاب السماسرة مبلغ ٨٥٩ غرشا فكم غرشا تكلفت عليه هذه الضيعة

فالجواب أن مقدار الغروش التي صرفها الملتزم لحصوله على الضيعة يعرف بجمع المبالغ التي صرفها في جميع شؤونها فاذا جمعت هذه الاعداد يعلم أن عدد ١٦٤٧٤٧ غرشا هو مقدار ما تكلفته الضيعة على الملتزم

(٣) رجل ذو عائلة مصروفه السنوي كما يأتي ٢٧٦٥٢ غرشا في أثمان المأكولات و ٦٨٥٤ غرشا في أثمان الملابس و ٦٨٣ غرشا في أجرة مسكن و ٦٣٤٧ غرشا في ماهيات خدم و ٦٥ غرشا في مصاريف سائرة فكم مصروف هذا الرجل مدة السنة

فالجواب أن مقدار ما يصرفه الرجل المذكور مدة السنة يعلم متى جمعت جميع المبالغ التي يصرفها في احتياجاته المختلفة على بعضها وبناء عليه يكون مبلغ ٤٦٠٠١ غرشا هو القيمة المطلوبة

(مسائل يطلب حلها)

(١) اشترى أحد التجار أربع قطع من البن زنة الاولى ٥٧ رطلا وزنة الثانية ٦٣ رطلا وزنة الثالثة ٤٨ رطلا وزنة الرابعة ٦٨ رطلا والمطلوب معرفة زنة القطع التي اشتراها الجواب ٢٣٦ رطلا

(٢) سئل رجل عن عمره فقال لم يبلغ سني ٨ سنوات دخلت المدرسة الابتدائية ومكثت بها ٥ سنوات حتى أتممت دروسها ثم انتقلت الى المدرسة التجهيزية ولم أخرج منها

الابعد أن أتممت بها ٤ سنوات ثم مكثت أيضا ٦ سنوات بمدرسة الطب ولى بعد أن
خرجت من هذه المدرسة الأخيرة الى الآن ٢٨ سنة مستخدما بمصالح الحكومة والمطالوب
معرفة مقدار عمره

الجواب ٥١ سنة

(٣) أراد والد تشويق أولاده مكافأة لهم على التعليم فأهدى الابن الأكبر ساعة قيمتها ١٥٣٤
غرشا وأهدى الثاني كتابا قيمتها ١٣٢٥ غرشا وأهدى الثالث حصانا قيمته ١٤١٣ غرشا
وأهدى ابنته حلقالا قيمته ٩٥٤ غرشا والمطالوب معرفة قيمة أثمان هذه الهدايا
الجواب ٥٢٢٦ غرشا

(في الطرح)

(٢٣) الطرح عملية الغرض منها استخراج عدد من عددين متحدى النوع علم مجموعهما
وأحدهما ويسمى المجموع مطروحا منه والعدد المعلوم مطروحا والعدد المطالوب استخراج
باقيا أو فرقا أو فاضلا

ويستدل على الطرح بهذه العلامة — وتسمى ناقص وحينئذ فالمقدار ٥ — ٣ يدل على
لزوم طرح عدد ٣ من عدد ٥

يؤخذ من تعريف الطرح أنه يمكن استخراج الباقي بطريقتين أحدهما أن تطرح من المجموع
أو العدد الأكبر جميع آحاد العدد الأصغر على التوالي وثانيتهما أن تبحث عن العدد الذي
إذا أضيف إلى العدد الأصغر يتحصل من مجموعهما العدد الأكبر

فإذا أريد مثلا إيجاد الفرق بين عددين مجموعهما ٥ وأحدهما ٣ بالطريقة الأولى نقول ١
مطروح من ٥ يبقى ٤ و ١ مطروح من ٤ يبقى ٣ و ١ مطروح من ٣ يبقى ٢ فيكون
٢ هو الباقي المطالوب أما إذا أريد إيجاد الطريقة الثانية نقول ٣ و ١ يحصل ٤ و ١
يحصل ٥ فلزم حينئذ إضافة ٢ آحاد إلى عدد ٣ حتى يحصل ٥ فاذن يكون ٢ هو الباقي
المطلوب

(٢٤) ولما كان هاتان الطريقتان تؤديان إلى التطويل في العمل سيما إذا كان العدد المطروح
كبيرا أو كان الباقي المطالوب استخراجا أو العدد المقتضى إضافته كبيرا ناسب اختصار العملية
بواسطة طرح الآحاد المتحدة المنزلة من بعض أعلى التوالى وهذا يستلزم وضع العدد الأصغر
تحت الأكبر بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة في العددين متقابلة ونمثل لذلك بمثالين

المثال الاول - أن يكون المطلوب طرح عدد ٤٢ من ٧٨ نضعهما هكذا

$$\begin{array}{r} ٧٨ \\ ٤٢ \\ \hline ٣٦ \end{array}$$

ثم نقول ٢ آحاد من ٨ آحاد يبقى ٦ آحاد فنضع ٦ تحت عمود الآحاد ثم نقول ٤ عشرات من ٧ عشرات يبقى ٣ عشرات فنضع ٣ تحت عمود العشرات ويكون الباقي المطلوب هو ٣٦ ومن المعتاد في اجراء عملية الطرح الاستغناء عن ذكر جنس الآحاد فنقول في المثال المتقدم ٢ من ٨ يبقى ٦ فنضع ٦ تحت عمود الآحاد ثم نقول ٤ من ٧ يبقى ٣ فنضع ٣ تحت عمود العشرات

المثال الثاني - أن يكون المطلوب طرح عدد ٧٠٣٤٥ من ٩٣٥٤٨ نضعهما هكذا

$$\begin{array}{r} ٩٣٥٤٨ \\ ٧٠٣٤٥ \\ \hline ٢٣٢٠٣ \end{array}$$

ثم نقول ٥ من ٨ يبقى ٣ فنضع ٣ تحت عمود الآحاد ونقول ٤ من ٤ لا يبقى شيء ومن ذا يعلم أن ليس للباقي رقم عشرات فلهذا يوضع صفر محل العشرات ثم نقول ٣ من ٥ يبقى ٢ فيوضع ٢ تحت عمود المئات ثم نقول لاشي مطروح من ٣ أو صفر من ٣ يبقى ٣ فنضع ٣ بعينها تحت عمود الألوف ثم نقول ٧ من ٩ يبقى ٢ فنضعها تحت عمود عشرات الألوف ويكون عدد ٢٣٢٠٣ هو الباقي المطلوب

فاذا كان بعض أرقام المطروح أكبر من الأرقام المقابلة لها من المطروح منه فانه لا يتأتى الطرح الا بواسطة الاستعارة

فاذا أريد مثلاً طرح ٢٩ من ٦٧ نضعهما هكذا

$$\begin{array}{r} ٦٧ \\ ٢٩ \\ \hline ٣٨ \end{array}$$

ثم نقول حيث انه لا يمكن طرح ٩ من ٧ فنستعير واحداً من عدد ٦ الذي هو عشرات ٦٧ ونضيفه الى عدد ٧ فيتحلل بذلك عدد ٦٧ الى ١٧ آحاد و ٥ عشرات وتؤول المسئلة الى طرح ٩ آحاد من ١٧ آحاد والى طرح ٢ عشرات من ٥ عشرات ثم نقول ٩ من ١٧ يبقى ٨ نضعها تحت عمود الآحاد ونقول ٢ من ٥ يبقى ٣ نضعها تحت عمود العشرات ويكون عدد ٣٨ هو الباقي المطلوب

وهناك حالة تصعب فيها العملية وهي ما إذا كان الرقم المستعار منه صفرا
فنفرض مثلاً أن المطلوب طرح عدد ٢٤٦٧ من ٨٠٠٥ نضعهما هكذا

$$\begin{array}{r} ٨٠٠٥ \\ ٢٤٦٧ \\ \hline ٥٥٣٨ \end{array}$$

ثم نقول حيث أنه لا يمكن طرح ٧ من ٥ لزمنا الاستعارة حتى يتأتى الطرح غير أنه لا يمكن
الاستعارة إلا من الرقم المعنوي ٨ الذي هو في منزلة آحاد الألوف فيستعار منه واحد بألف وهو
يعادل ١٠ مئتين يترك منها ٩ مئتين في منزلة المئات وتحمل المائة الباقية إلى ١٠ عشرات
يترك منها ٩ عشرات في منزلة العشرات وتضم العشرة الباقية إلى عدد ٥ فيتحصل ١٥ آحاد
وبذلك تتوول المسئلة إلى طرح ٧ آحاد من ١٥ آحاد و ٦ عشرات من ٩ عشرات
و ٤ مئتين من ٩ مئتين و ٢ ألوف من ٧ ألوف

(٢٥) وبالجمله متى أردت طرح عدد من آخر وضعت الاصغر منهما تحت الاكبر بحيث
تكون الاتحاد المتحددة المنزلة منهما متقابله وترسم تحتها خطاً مستقيماً أفقياً ليفصلهما من الباقي
ثم تطرح كل رقم من الأرقام السفلى من الرقم الذي يقابله من الأرقام العليا مبتدئاً من الجهة
اليمنى وتضع كل باقى جزئى تحت العمود الذى أتجه فان لم يتجاوز الرقم الاسفل الرقم الاعلى
المقابل له وضعت باقى طرحهما تحت العمود وان ساواه وضعت باقى طرحهما صفراً وان كان
الرقم الاسفل صفراً وضعت فى الباقي رقم المطروح منه بتمامه أما ان تجاوز الرقم الاسفل
الرقم الاعلى المقابل له استعرت واحداً من أول رقم معنوى من الجهة اليسرى وأضفته الى الرقم
الذى تريد الطرح منه باعتبار أنه مساو عشرة وبذلك ينقص العدد المستعار منه واحداً
فاذا وجدت أصفاراً بين الرقم المذكور والرقم المستعار منه وضعت محل كل صفر تسعة حتى
تنتهى الى العمود الاخير فتضع تحته الباقي المتحصل منه وبهذا تتم العملية

(٢٦) لما كان الباقي المتحصل من عملية الطرح عبارة عن مجموع الفروق المتحصلة من اسقاط
جميع وحدات المنازل المختلفة للعدد الاصغر من المقابلة لها للعدد الاكبر أى عبارة عن العدد
الذى اذا أضيف الى العدد الاصغر يتحصل العدد الاكبر فيكون هو الباقي المطلوب

(٢٧) قد اشترطنا عند اجراء عملية الطرح أن الابتداء بهم يكون من الجهة اليمنى لانه يتحصل
بهذه الكيفية من كل طرح جزئى رقم واحد من الباقي المطلوب

ولا يتأني ذلك غالباً اذا كان الابتداء من الجهة اليسرى لانه اذا وجد في المطروح أرقام أكبر من الأرقام المقابلة لها من المطروح منه فإنه لا يتأني الطرح بواسطة الاستعارة الا اذا تغير بعض أرقام الباقي المتحصل وذلك ليكون العملية قد أجريت على الأرقام المتقدمة وهاله مثلاً اذ لك

$$67007853$$

$$48239809$$

$$29878004$$

$$18767994$$

(٢٨) اذا زاد المطروح منه أو نقص بمقدار ما فإن الباقي يزيد أو ينقص تبعاً له بقدر ذلك المقدار ويحصل للباقي عكس ذلك لو زاد المطروح أو نقص بمقدار ما فإنه ينقص أو يزيد بقدر ذلك المقدار عكساً له وهذا من الضروريات فعلى ذلك يقال حيث ان عدد ٣ هو الفرق بين ٧ و ٤ كان الفرق بين ٧ + ٥ وعدد ٤ هو ٣ + ٥ أي ٨

وينتج من ذلك أن الفرق بين عددين لا يتغير اذا زاد أو نقص كل منهما بمقدار ما

وسبب ذلك أنه لما كان الفرق بين أي عددين يدل على الفاضل بينهما كان الفرق المذكور على حالة واحدة دائماً سواء زاد العددان أو نقصا بمقدار واحد وحينئذ يكون الفرق بين ٧ و ٣ هو عين الفرق بين ٧ + ٥ و ٣ + ٥ وكذا يكون الفرق بين ١٥ و ٨ عين الفرق بين

$$10 - 8 = 2$$

(٢٩) يتوصل بالقاعدة السابقة الى طريقة أخرى في اجراء عملية الطرح وهي أنه عوضاً عن أن يطرح من الرقم الاعلى الواحد الذي استعير منه ويطرح منه الرقم الاسفل المقابل له فإنه يعتبر الرقم الاعلى على حاله بدون نقص شيء منه ويطرح منه الرقم الاسفل المقابل له باضافة الواحد المستعار اليه ومآل الطريقتين واحد كما لا يخفى ثم اذا وجدت أصفار بين رقم المطروح منه المستعار له وزرق المطروح منه المقتضى الاستعارة منه فإنه عوضاً عن أن تجعل محل هذه الأصفار تسعات ثم تطرح منها الأرقام السفلى المقابلة لها فإنه يجعل محل كل صفر منها ١٠ ويطرح منها الأرقام السفلى المقابلة لها بزيادة الواحد وهكذا يستمر حتى تنتهي العملية

ولنمثل لذلك بالمثالين الأخيرين من غرة ٢٤ ونجعل الوضع على هذه الصورة

٨٠٠٥	٦٧	مطروح منه
٢٤٦٧	٢٩	مطروح
٥٥٣٨	٣٨	الباقي

ونقول في المثال الاول ٩ من ٧ + ١٠ أو من ١٧ يبقى ٨ و ٢ + ١ أو ٣ من ٦
 يبقى ٣ ونقول في المثال الثاني ٧ من ٥ + ١٠ أو من ١٥ يبقى ٨ و ٦ + ١ أو
 ٧ من ١٠ يبقى ٣ و ٤ + ١ أو ٥ من ١٠ يبقى ٥ و ٢ + ١ أو ٣ من ٨ يبقى ٥
 وناتجها معين الناتجين السابقين

(٣٠) يكفي في عمل ميزان الطرح أن نضم الباقي الى أصغر العددين المفروضين فان كان
 الحاصل مساويا للاكبر كانت العملية صحيحة وهذا ناتج من تعريف الطرح

مثال

٨٠٠٥

٢٤٦٧

٥٥٣٨

٨٠٠٥

(في المتمم الحسابي أو الرقي)

(٣١) المتمم الحسابي أو الرقي لاى عدد هو العدد الذي يجب اضافته اليه ليحصل من
 مجموعهما واحد متبوع بأصفار وعلى ذلك يكون المتمم الحسابي لعدد ٧ هو ٣ لان ٣ + ٧
 = ١٠ والمتمم الحسابي لعدد ٣٧ هو ٦٣ لان ٦٣ + ٣٧ = ١٠٠ (هذه العلامة =
 تسمى يساوى وتدل على مساواة ما قبلها لما بعدها)

(٣٢) يؤخذ مما تقدم أنه يتوصل الى المتمم الحسابي لاى عدد بواسطة طرحه من واحد
 متبوع بأصفار كاف للطرح ولما كان عند اجراء عملية الطرح يطرح الرقم الاول من العدد
 المفروض من ١٠ وباقى أرقامه تطرح من ٩ يعلم أنه اذا أضيف أى رقم من أرقام المتمم
 الحسابي الى الرقم المقابل له من العدد المفروض يكون مجموعهما مساويا ٩ ما عدا رقي الاتحاد
 منهما فان مجموعهما يكون مساويا ١٠ ومن ذلك يمكن أن تستنتج طريقة سريعة يتوصل بها الى
 معرفة المتمم الحسابي لاى عدد مفروض سواء ابتدأنا بالطرح من جهة اليمين أو من جهة اليسار
 مثال ذلك اذا أردنا إيجاد المتمم الحسابي لعدد ٣٨٤٦٢٩ وابتدأنا الطرح من جهة اليسار
 وجدنا أنه عبارة عن ١ و ٧ و ٣ و ٥ و ١ و ٦ أو ٦١٥٣٧١

ثم اذا أريد الآن طرح عدد ٣٨٤٦٢٩ من ٨٣٧١٦٤ بواسطة المتمم الحسابي فانا عوضا عن
 وضعهما على الصورة الآتية واجراء عملية الطرح المعتادة عليهما

٨٣٧١٦٤

٣٨٤٦٢٩

نستعوضها بعملية الجمع الآتية

$$\begin{array}{r} ٨٣٧١٦٤ \text{ المطروح منه} \\ ٦١٥٣٧١ \text{ المتم الحسابي للمطروح} \\ \hline ١٤٥٢٥٣٥ \\ ٤٥٢٥٣٥ \end{array}$$

ثم نقول حيث ان المطروح منه وهو ٨٣٧١٦٤ يزيد عن الباقي بمقدار المطروح وهو ٣٨٤٦٢٩ كما يؤخذ ذلك من تعريف الطرح وقد أضيف اليه زيادة عماد كتممه وهو ٦١٥٣٧١ فيكون المجموع زائدا ضرورة عن الباقي بمجموع المقدارين المذكورين أي ٣٨٤٦٢٩ + ٦١٥٣٧١ أو ١ واذن فلاجل الحصول على الباقي المطلوب يطرح هذا العدد الاخير من المجموع ولذلك يحذف الرقم الاول من جهة الشمال ويكون عدد ٤٥٢٥٣٥ هو الباقي المطلوب

(٣٣) طريقة استعمال المتم الحسابي ليست مفيدة في الحقيقة الا في حالة ما يراد جمع جملة أعداد على بعضها وطرح جملة أعداد أخرى منها حيث اننا نكتفي في هذه الحالة بعملية جمع واحدة لاننا لو وضعنا الاعداد جميعها تحت بعضها وميزنا منها ما كان يلزم طرحه بواسطة وضع اشارة بجانبه ولتكن اشارة الطرح — ثم استعوضنا في أثناء الجمع كل رقم من أرقام الاعداد المسبوقه باشارة — بتممه سواء كان على ١ أو على ٩ كما سبق ذكر ذلك ثم أسقطنا من المجموع الكلي عدة آحاد متبوعة بأصفار بقدر الاعداد المسبوقه باشارة — لتوصلنا الى المطلوب وهالك مثال لذلك

فاذا أريد جمع وطرح جملة أعداد مفروضة نضعها تحت بعضها على الصورة الآتية

$$\begin{array}{r} ٤٧٢١٨٥ \\ ٣١٩٠٦٤ — \\ ١٥٨٤٣٢ — \\ ٩٦٧١٤٥ \\ ٠٨٩٣٦٨ — \\ ٠٠٦٥١٩ \\ \hline ٣٨٧٨٩٨٥ \\ ٨٧٨٩٨٥ \end{array}$$

ثم نبتدىء من جهة اليمين ونقول ٥ و ٦ يحصل ١١ و ٨ يحصل ١٩ و ٥ يحصل ٢٤ و ٢ يحصل ٢٦ و ٩ يحصل ٣٥ فنضع ٥ ونحفظ ٣ ثم نقول ٣ و ٨ يحصل ١١ و ٣ يحصل ١٤ و ٦ يحصل ٢٠ و ٤ يحصل ٢٤ و ٣ يحصل ٢٧ و ١ يحصل ٢٨ فنضع ٨ ونحفظ ٢ وهكذا انما يلاحظ في أخذ نتائج العمود الاخير عند المرور بالعدد الخامس

لنوم أخذ عدد ٩ متمم للصفر وذلك لاجل أن تكون جميع المتهمات مأخوذة بالنسبة الى
 ١٠٠٠٠٠ لأن يكون بعضهم مأخوذاً بالنسبة الى ١٠٠٠٠٠٠ والبعض مأخوذاً بالنسبة
 الى ١٠٠٠٠٠ ولم يكن ذلك الشرط لازماً لسهولة عملية الطرح الأخيرة فقط ثم نقول بعد
 ذلك حيث اننا أخذنا المتمم الثلاثة أعداداً بالنسبة الى ١٠٠٠٠٠٠ فيكون العدد المقتضى طرحه
 من الناتج الأخير هو ٣٠٠٠٠٠٠ وبذلك يكفي حذف رقم مليون المجموع ويكون ناتج العملية
 الأخير هو ٨٧٨٩٨٥

(في مسائل الطرح)

- (١) أقرض انسان آخر مبلغاً قدره ٢٠٤٠٨ ووصله منه مبلغ ١٥٦٤٥ قرشاً فماذا يبقى له
 فالجواب أن يقال حيث ان المقرض قد وصله ١٥٦٤٥ قرشاً من أصل المطلوب له الذي هو
 ٢٠٤٠٨ فالباقي له يعلم بطرح ١٥٦٤٥ من ٢٠٤٠٨ وهو ٤٧٦٣ قرشاً
- (٢) اشترى أحد التجار بضاعة بمبلغ ٣٤٨٠٨ قرشاً ثم باعها بمبلغ ٤٠٧٨٩ قرشاً فما
 يكون ربحه
 فالجواب أن نقول حيث ان الربح هو عبارة عن زيادة مبلغ المبيع على مبلغ الاشتراء فإذا طرح
 اذن مبلغ الاشتراء من مبلغ المبيع عرف أن مقدار الربح هو ٥٩٨١ قرشاً
- (٣) اشترى رجل بنا بمبلغ ٢٥٢٤٥ قرشاً وصابوناً بمبلغ ١٢٥٧٤ قرشاً وسكراً بمبلغ
 ٢٨٧٨٩ قرشاً ثم باعها فخر من ثمن البن ٢٣٤٥ قرشاً ومن ثمن الصابون ١٢٨٩ قرشاً
 ومن ثمن السكر ٣٠٨٢ قرشاً والمطلوب معرفة ما بقى معه من النقود
 فالجواب أن نقول من المعلوم أننا لو طرحنا من ثمن كل صنف قيمة خسارته ثم جمعنا البواقي على
 بعضها توصلنا الى الغرض المطلوب غير أن في مثل هذه العملية نستعمل المتمم الحسابي ونجرب العمل
 كما يأتي

$$\begin{array}{r}
 ٢٥٢٤٥ \\
 ١٢٥٧٤ \\
 ٢٨٧٨٩ \\
 ٢٣٤٥- \\
 ١٢٨٩- \\
 ٣٠٨٢- \\
 \hline
 ٨٩٨٩٢ \\
 ٥٩٨٩٢
 \end{array}$$

(مسائل يطلب حلها)

(١) كلف أحد العمله بحفر ١٢٥ مترامكعبا لكنه أتم منه ٧٨٥ مترامكعبا فما يكون الباقي عليه من هذا العمل

الجواب ٤٦٥

(٢) من المقرر أن الأرض بعيدة عن الشمس بقدر ٣٤٧٦١٦٨٠ ملقة وعن القمر بقدر ٨٥٩٥٠ ملقة فكم ملقة تزيد مسافة بعد الأرض عن الشمس

الجواب ٣٤٦٧٥٧٣٠

(٣) تاجران وضعا مبلغا قدره ٢٥٠٦٠ غرشا في متجرهما وكان رأس مال أحدهما مبلغ ٩٨٧٢ فما يكون مقدار رأس مال الآخر

الجواب ١٥١٨٨

(٤) سئل رجل في سنة ١٣٠٠ هجرية عن عمره فقال اني ولدت في سنة ١٢٥٥ والمطلوب معرفة مقدار سنه وقت سؤاله

الجواب ٤٥

(٥) اقترض رجل من آخر مبلغ ٦٣٧٢٥ غرشا في شهر محرم وفي شهر صفر اقترض منه مبلغا آخر قدره ٥٣٢٥٧ غرشا وردا للمقترض مبلغ ٣٨٩٦٤ غرشا في شهر رجب ومبلغ ٥٦٤٥٢ غرشا في شهر رمضان ثم اقترض منه مبلغا قدره ٢٣٤٩٦ غرشا في شهر شوال والمطلوب معرفة الباقي على المقترض

الجواب ٤٥٠٦٢ غرشا

(في الضرب)

(٣٤) الضرب عملية الغرض منها تكرير عدد يسمى مضروبا مرات بقدر وحدات عدد آخر يسمى مضروبا فيه وتسمى النتيجة حاصل الضرب ويسمى المضروب والمضروب فيه عاملي الحاصل أو عاملي الضرب

(٣٥) يستدل على الضرب بهذه العلامة \times وتسمى مضروبا في فعلي هذا يدل المقدار ٥×٦ على لزوم ضرب عدد ٥ في ٦

(٣٦) يؤخذ من تعريف الضرب أنه لتحصيل حاصل ضرب عددين يكتب المضروب مرات بقدر وحدات المضروب فيه ثم تجمع تلك المرات على بعضها ويكون مجموعها هو حاصل الضرب المطلوب وحينئذ $6 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30$ للضرب أحوال ثلاثة

(٣٧) الحالة الأولى - أن يكون المضروب والمضروب فيه عددين بسيطين فإذا أريد مثلاً إيجاد حاصل ضرب العددين 7×8 فإنه إما أن يستخرج من العقل بواسطة التكرار وإما أن يستخرج من جدول الضرب المسمى بجدول (فيثاغورس) وهذه صورته

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
١٨	١٦	١٤	١٢	١٠	٨	٦	٤	٢
٢٧	٢٤	٢١	١٨	١٥	١٢	٩	٦	٣
٣٦	٣٢	٢٨	٢٤	٢٠	١٦	١٢	٨	٤
٤٥	٤٠	٣٥	٣٠	٢٥	٢٠	١٥	١٠	٥
٥٤	٤٨	٤٢	٣٦	٣٠	٢٤	١٨	١٢	٦
٦٣	٥٦	٤٩	٤٢	٣٥	٢٨	٢١	١٤	٧
٧٢	٦٤	٥٦	٤٨	٤٠	٣٢	٢٤	١٦	٨
٨١	٧٢	٦٣	٥٤	٤٥	٣٦	٢٧	١٨	٩

يتركب هذا الجدول من تسعة صفوف أفقية الصف الأول منها يحتوي على التسعة أعداد البسيطة أما الصف الثاني فإن أعدادة تتألف من ضم أعداد الصف الأول على نفسها فهي اذن عبارة عن حواصل ضرب أعداد الصف الأول في ٢ والصف الثالث تتألف أعدادة من ضم أعداد الصف الأول على أعداد الصف الثاني فهي اذن عبارة عن حواصل ضرب أعداد الصف الأول في ٣ وهكذا تتألف أعداد كل صف من ضم أعداد الصف الأول الى أعداد الصف السابق عليه واذن فتتكون أعداد الصف الرابع عبارة عن حواصل ضرب أعداد الصف الأول في ٤ وهلم جرا

(٣٨) ووجب تأليف هذا الجدول نرى أن حاصل ضرب أى عدد من كل منهما ذو رقم واحد يكون فى الخانة التى يتلاقى فيها الصف الافقى المبدوء باحد العاملين المذكورين مع السطر الرأسى المبدوء بالعامل الآخر وحينئذ يكون $٧ \times ٨ = ٥٦$

(٣٩) الحالة الثانية - أن يكون المضروب عددا مركبا والمضروب فيه رقبا واحدا وهذه الحالة عدة صور

الصورة الاولى - ليكن المطلوب ضرب ٦٥٣×٤ فعلى مقتضى تعريف الضرب يجب تكرير المضروب ٦٥٣ أربع مرات وضم تلك المرات الى بعضها ليحصل حاصل الضرب هكذا

$$\begin{array}{r} ٦٥٣ \\ ٦٥٣ \\ ٦٥٣ \\ ٦٥٣ \\ \hline ٢٦١٢ \end{array}$$

حاصل الضرب

فتشاهد فى هذا الحاصل

أولا - أن رقم آحاده هو عين رقم آحاد مجموع أعداد العمود الرأسى الاول من الجهة اليمنى الذى هو عبارة عن تكرار رقم آحاد المضروب ٣ أربع مرات أى عبارة عن ضربه فى ٤

ثانيا - أن رقم عشرات هو الرقم الاول من المجموع الناتج من ضم عشرات الزائدة من المجموع الاول الى مجموع أعداد العمود الرأسى الثانى الذى هو عبارة عن تكرار رقم عشرات المضروب أربع مرات أى عبارة عن ضربه فى ٤

ثالثا - أن رقم مئاته هو الرقم الاول من المجموع الناتج من ضم المئات الزائدة من المجموع الثانى الى مجموع أعداد العمود الثالث الرأسى الذى هو عبارة عن تكرار رقم مئات المضروب أربع مرات أى عبارة عن ضربه فى ٤ وهكذا

واذن فيمكن وضع العملية السابقة على هذه الصورة المختصرة

$$\begin{array}{r} ٦٥٣ \text{ مضروب} \\ ٤ \text{ مضروب فيه} \\ \hline ٢٦١٢ \text{ حاصل الضرب} \end{array}$$

ثم نقول بقطع النظر عن ذكر جنس المنازل ٤ فى ٣ يحصل ١٢ فنضع ٢ فى منزلة الآحاد ونحفظ ١ عشرات ثم نقول ٤ فى ٥ يحصل ٢٠ ومعنا ١ يحصل ٢١ فنضع ١ فى منزلة العشرات

ونحفظ ٢ مئات ثم نقول ٤ في ٦ يحصل ٢٤ ومعنا ٢ يحصل ٢٦ فيوضع بتمامه ويكون عدد ٢٦١٢ هو حاصل الضرب

الصورة الثانية - ليكن المطلوب ضرب ٨٠٧٠٢ في ٣ نجري العمل على مقتضى تعريف الضرب هكذا

$$\begin{array}{r} ٨٠٧٠٢ \\ ٨٠٧٠٢ \\ ٨٠٧٠٢ \\ \hline ٢٤٢١٠٦ \end{array}$$

حاصل الضرب

ونشاهد في هذا الحاصل عين ما شهدناه في الحاصل السابق من الصورة الاولى انما يمتاز هذا عن ذلك بهذه المحوطة المهمة وهي أنه اذا انعدمت احدى منازل المضروب فان المنزلة المقابلة لها من حاصل الضرب تنعدم أيضا (أعني أن ضرب رقم المضروب فيه في صفر لا يكون الحاصل الا صفرا) الا اذا وجدت عشرات محفوفة من الحاصل السابق على المنزلة المعدومة فانها توضع محلها في الحاصل واذن فيمكن وضع المثال السابق على هذه الصورة المختصرة هكذا

$$\begin{array}{r} ٨٠٧٠٢ \text{ مضروب} \\ ٣ \text{ مضروب فيه} \\ \hline ٢٤٢١٠٦ \end{array}$$

حاصل الضرب

ثم نقول ٣ في ٢ يحصل ٦ فتوضع في رتبة الآحاد ثم نقول ٣ في ٠ يحصل ٠ فيوضع صفر في رتبة العشرات ثم نقول ٣ في ٧ يحصل ٢١ فيوضع ١ في منزلة المئات ونحفظ ٢ ألوف ثم نقول ٣ في ٠ يحصل ٠ ومعنا ٢ ألوف يحصل ٢ توضع في منزلة الألوف وهكذا الصورة الثالثة - ليكن المطلوب ضرب ٤٦٠٠ في ٤ نجري العمل هكذا

$$\begin{array}{r} ٤٦٠٠ \\ ٤٦٠٠ \\ ٤٦٠٠ \\ ٤٦٠٠ \\ \hline ١٨٤٠٠ \end{array}$$

حاصل الضرب

وفي هذا الحاصل نشاهد

أولا - أن الحاصل يتركب من جزئين أحدهما غير معنوي وهما البصفران وثانيهما معنوي وهو عدد ١٨٤

ثانيا - أن الجزء الغير المعنوى ماهو الا عبارة عن الصفرين الموجودين بجانب المضروب
٦٠٠ ٤ بحيث لو كان موجودا على يمينه أصفاراً كثر أو أقل من اثنين فإنه لا بد وأن توجد
بتمامها وبعينها على عين الحاصل اذ لا مانع من ذلك

ثالثا - أن الجزء المعنوى وهو ١٨٤ ماهو الا عبارة عن تكرار عدد ٦ ٤ أربع مرات
أى عبارة عن ضرب ٦ ٤ × ٤

رابعا - أن إيجاد أحد الجزئين من حاصل الضرب ليس متوقفا على إيجاد الجزء الثانى منه
بحيث انه يمكن إيجاد الجزء المعنوى أولا ثم وضع الاصفار الموجودة بجانب المضروب على يمينه
واذن فنضع المثال السابق على هذه الصورة المختصرة هكذا

$$\begin{array}{r} ٦٠٠ \text{ مضروب} \\ ٤ \text{ مضروب فيه} \\ \hline ١٨٤٠٠ \text{ حاصل الضرب} \end{array}$$

ثم تضرب أولا المضروب فيه ٤ فى الجزء المعنوى ٦ ٤ من المضروب بقطع النظر عن الصفرين
فيحصل ١٨٤ ونضع بعد ذلك صفرين على يمينه فيحدث ١٨٤٠٠
ومما ذكر جميعه تنتج هذه القاعدة العامة

(٤٠) لضرب مركب فى بسيط نضرب رقم المضروب فيه على التوالى فى جميع أرقام
المضروب بالابتداء من الجهة اليمنى ونضع كل حاصل بتمامه ان لم يتجاوز ٩ فان زاد عنها
لا يوضع منه الا رقم آحاده وأما رقم عشراته فإنه يحفظ ليضم الى الحاصل الذى بعده وهكذا
الى الحاصل الاخير فتوضع جلته بتمامها واذا كانت احدى منازل المضروب معدومة فإنه
يوضع فى حاصل الضرب فى المنزلة المقابلة لها صفر ما لم يكن هناك عشرات محفوظة من الحاصل
المتقدم عليها فانها توضع فى محلها أما اذا وجد صفر أو جملة أصفار على يمين المضروب فانا
نضرب رقم المضروب فيه فى الجزء المعنوى من المضروب بقطع النظر عن الاصفار وبعد إيجاد
الحاصل نضع على يمينه الاصفار الموجودة على يمين المضروب

(٤١) قبل التكلم على الحالة الثالثة نذكر هذه الفائدة فنقول

(٤٢) لضرب عدد فى حاصل ضرب عاملين أو عدة عوامل نضربه على التوالى فى العوامل
المذكورة أعنى أن نضرب ذلك العدد فى العامل الاول والحاصل فى الثانى وهلم جرا حتى يتم
ضرب جميع العوامل

أولا - إذا أريد ضرب ٤ في العدد ٦ الذى هو عبارة عن حاصل ضرب العاملين ٢ و ٣ وجدنا على مقتضى تعريف الضرب أن حاصل ضرب ٤ × ٦ عبارة عن مجموع ستة أعداد كل منها يساوى ٤ هكذا

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 6 \times 4$$

وحيث أن هذا المجموع مؤلف من ثلاثة مجموعات جزئية كل منها مؤلف من عدد ٤ مرتين أعنى ٢ × ٤ وهى مكررة ثلاث مرات فاذن يتألف حاصل ضرب ٤ × ٦ من ضرب ٤ × ٢ يحصل ٨ ثم ضرب ٨ × ٣ يحصل ٢٤

ثانيا - إذا أريد ضرب ٥ في العدد ٢ الذى هو حاصل ضرب العوامل ٢ و ٣ و ٤ نقول أنه يمكن أولا اعتبار عدد ٢ كانه عبارة فقط عن حاصل ضرب العاملين ٢ و ١٢ وحيث أن ضرب ٥ في ٢ الذى هو حاصل ضرب ٢ و ١٢ يؤول كما فى الحالة الاولى الى ضرب ٥ × ٢ يحصل ١٠ ثم ضرب ١٠ × ١٢ ولكنه من حيث أن عدد ١٢ هو حاصل ضرب ٣ × ٤ فيؤول ضرب ١٠ × ١٢ الى ضرب ٣ × ٤ فيحصل ٣٠ وضرب الناتج فى ٤ فيحصل ١٢٠ وبذا قد ثبتت الفائدة

(٤٣) تنبيهه - قد استبان من هذه الفائدة أن حاصل ضرب عدة عوامل يحتوى دائما على جميع عواملها

(٤٤) الحالة الثالثة - أن يكون كل من المضروب والمضروب فيه عددا مركبا من جملة أرقام ولهذه الحالة عدة صور

الصورة الاولى - ليكن المطلوب ضرب ٤٢٣ × ٥٠٠ نقول

حيث أن المضروب فيه ٥٠٠ هو حاصل ضرب العاملين ٥ و ١٠٠ فينشأ ضرب ٤٢٣ × ٥٠٠ يكفى ضرب ٤٢٣ × ٥ فيحصل ٢١١٥ ثم ضرب هذا الناتج فى ١٠٠ (٤٥) فيجىث ٢١١٥٠٠ (١١) وصورة العمل هكذا

٤٢٣	مضروب
٥٠٠	مضروب فيه
٢١١٥٠٠	حاصل الضرب

الصورة الثانية - ليكن المطلوب ضرب ٣٢٧ فى ٢٧٤ نقول

انالو كتبنا المضروب ٣٢٧ مائتين أربعة وسبعين مرة هكذا

$$\begin{array}{r} 4 \times 327 \left\{ \begin{array}{l} 327 \\ 327 \\ 327 \\ 327 \end{array} \right. \\ 70 \times 327 \left\{ \begin{array}{l} 327 \\ 327 \\ \dots \\ \dots \end{array} \right. \end{array}$$

وجمعنا تلك المرات على بعضها لكان مجموعها هو حاصل الضرب المطلوب ضرورة غير أن هذه الأعداد يمكن تقسيمها إلى ثلاثة أقسام القسم الأول منها يتركب من أربعة مرات العدد ٣٢٧ والقسم الثاني يتركب من ٧٠ مرة العدد المذكور والقسم الثالث يتركب من ٢٠٠ مرة العدد بعينه وحينئذ فاصل الضرب المطلوب يتألف من تكرار المضروب ٤ مرات أى ضربه في ٤ ثم ٧٠ مرة أى ضربه في ٧٠ ثم ٢٠٠ مرة أى ضربه في ٢٠٠ ثم جمع الحواصل الناتجة على بعضها

أما ضرب المضروب ٣٢٧ في ٤ فانه يتحصل منه (٤٠) ١٣٠٨ وأما ضرب المضروب في ٧٠ فانه يتحصل منه (الصورة الاولى) ٢٢٨٩٠ وأما ضرب المضروب في ٢٠٠ فانه يتحصل منه (الصورة الاولى) ٦٥٤٠٠ وبجمع تلك الحواصل على بعضها يتحصل منها عدد ٨٩٥٩٨ وهو حاصل الضرب وتوضع العملية على هذه الصورة

$$\begin{array}{r} 327 \text{ مضروب} \\ 274 \text{ مضروب فيه} \\ \hline 1308 \text{ أول حاصل جزئي ناتج من ضرب المضروب في ٤} \\ 22890 \text{ ثاني حاصل جزئي ناتج من ضرب المضروب في ٧٠} \\ 65400 \text{ ثالث حاصل جزئي ناتج من ضرب المضروب في ٢٠٠} \\ \hline 89598 \end{array}$$

ومن المعتاد في الضرب الاستغناء عن وضع الصفر الموجود بجانب الحاصل الثاني عند وضع الحواصل الجزئية تحت بعضها اكتفاء بوضع الرقم الاول من نفسه ٩ في منزلة العشرات وكذا الاستغناء عن وضع الصفرين الموجودين بجانب الحاصل الثالث اكتفاء بوضع رقمه الاول ٤ تحت رقم المئات وهكذا

واذن فتوضع عملية الضرب السابقة على هذه الصورة المعتادة

$$\begin{array}{r}
 ٣٢٧ \text{ مضروب} \\
 ٢٧٤ \text{ مضروب فيه} \\
 \hline
 \begin{array}{l}
 ١٣٠٨ \\
 ٢٢٨٩ \\
 ٦٥٤
 \end{array} \\
 \hline
 ٨٩٥٩٨ \text{ حاصل الضرب الكلى}
 \end{array}$$

وبمثل ما ذكر يمكن تحصيل حاصل ضرب ٦٤٨٢ في ٥٠٩ هكذا

$$\begin{array}{r}
 ٦٤٨٢ \text{ مضروب} \\
 ٥٠٩ \text{ مضروب فيه} \\
 \hline
 ٥٨٣٣٨ \\
 ٣٢٤١٠ \\
 \hline
 ٣٢٩٩٣٣٨ \text{ حاصل الضرب}
 \end{array}$$

الصورة الثالثة - ليكن المطلوب ضرب ٣٢٠٠ في ٤٣ نقول

من المعلوم أننا اذا كتبنا المضروب ٣٢٠٠ ثلاثة وأربعين مرة تحت بعضها وأجرينا عليها عملية الجمع لشاهدنا كما في الصورة الثالثة نمرة ٣٩ من أن الحاصل مركب من جزئين متمازين عن بعضهما لا يتوقف ايجاد أحدهما على ايجاد الآخر أما أولهما فهو غير معنوى وهو الصفران الموجودان على عين المضروب وأما ثانيهما فهو معنوى وهو حاصل ضرب الجزء المعنوى ٣٢ من المضروب في ٤٣ وبناء عليه يؤول ضرب ٣٢٠٠ \times ٤٣ الى ضرب ٣٢ \times ٤٣ ووضع صفرين على يمين الناتج وصورة العملية هكذا

$$\begin{array}{r}
 ٣٢٠٠ \text{ مضروب} \\
 ٤٣ \text{ مضروب فيه} \\
 \hline
 ٩٦ \\
 ١٢٨ \\
 \hline
 ١٣٧٦ \text{ حاصل الضرب}
 \end{array}$$

وبمثل ما ذكر وبما تقرر بنمرة ٣٩ صورة ثالثة يتحصل حاصل ضرب ٣٧٠٠ في ٥٤٠ هكذا

$$\begin{array}{r}
 \text{مضروب} \quad 3700 \\
 \text{مضروب فيه} \quad 540 \\
 \hline
 148 \\
 180 \\
 \hline
 \text{حاصل الضرب} \quad 1998000
 \end{array}$$

ومما ذكر جميعه ينتج هذه القاعدة العمومية

(٤٥) لضرب عدد في آخر كل منهما مركب من جملة أرقام ضع المضروب فيه تحت المضروب وارسم تحتها مستقيماً أفقياً اليه فصلهما من الحواصل الجزئية ثم اضرب أرقام المضروب على التوالي في كل رقم من أرقام المضروب فيه وضع الحواصل الجزئية على وجه بحيث اذا جمعت يكون أول رقم موضوع على يمين كل واحد من تلك الحواصل دالا على آحاد منزلة الرقم المستعمل مضروباً فيه ثم ارسم تحتها خطاً مستقيماً أفقياً اليه فصلهما من مجموعها وهو الحاصل الكلي ثم اذا وجدت أصفاراً على يمين أحد المضروبين أو كليهما فاقطع النظر عنها أولاً ثم اضرب الأرقام المعنوية في بعضها كما ذكر وبعد ايجاد حاصل ضربها ضع على يمينه الأصفار التي قطعت النظر عنها من يمين المضروبين

(٤٦) قد ابتدأنا عند استخراج الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المضروب في المضروب فيه بالضرب من يمين المضروب وذلك لان الضرب ليس الا جماعاً مختصراً

ومع ذلك فانه ليس بشرط ضروري لان الضرب من كلتي الجهتين واحد ولو اختلفت مواضع الحواصل الجزئية فيهما غير أن العادة انما جرت بالضرب من الجهة اليمنى

(٤٧) لا يتغير حاصل ضرب عدة أعداد ولو تغيرت مواضعها

أولاً - لاجل البرهنة على أن هذه الخاصية تجري في عاملين كعاملين ٣ و ٤ مثلاً يلاحظ أنه يمكن تحصيل جميع الآحاد التي يتألف منها حاصل ضرب ٣ × ٤ بواسطة رسم أربعة أسطر أفقية كل منها مؤلف من ٣ آحاد بحيث يكون على هذا الوضع

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 1
 \end{array}$$

ولكن اذا عدت الاسطر الرأسية رأيت أن هذا الجدول مؤلف من ٣ أسطر فأنه كل منها محتو على أربع آحاد أعني على حاصل ضرب ٤ في ٣

حينئذ يكون حاصل ضرب ٣×٤ مساويا لحاصل ضرب ٤×٣ لدلالتهما على شئ واحد وبذلك ثبتت الصورة الاولى من الخاصية المذكورة

ثانيا - لاجل البرهنة على أن تلك الخاصية تجري في ثلاثة عوامل يكفي أن يبرهن على أن حاصل ضرب ثلاثة أعداد لا يتغير بتغير موضع العاملين الاولين أو الآخرين وحيث ثبت أولا أن حاصل ضرب العاملين الاولين لا يتغير بتغير موضعهما لانه قد ثبت في الصورة الاولى أن حاصل ضرب ٣×٤ يساوى ٤×٣ فاذا ضربنا كلا من هذين الحاصلين المتساويين في ٥ كانت النتيجة المتحصلة من ضرب $٣ \times ٤ \times ٥$ مساوية بالضرورة لنتيجة $٤ \times ٣ \times ٥$ فلم يبق علينا حينئذ الا أن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع العاملين الآخرين فنقول لاجل الاستدلال على أن حاصل ضرب $٣ \times ٤ \times ٥$ يساوى حاصل ضرب $٣ \times ٥ \times ٤$ تضع خمسة أسطر أفقية كل منها مؤلف من أربعة أعداد مساوية لرقم ٣ وهذه صورة وضعها

٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣

وحيث ان كل سطر أفقي من هذا الجدول يحتوى على ٣×٤ فان الاسطر الخمسة الأفقية المتألف منها هذا الجدول تحتوى على $٣ \times ٤ \times ٥$ ومن جهة أخرى يمكن أن نعتبر هذا الجدول مؤلفا من أربعة أسطر رأسية كل منها تحتوى على ٣×٥ وهى مكررة ٤ مرات أو من $٣ \times ٥ \times ٤$

فيكون حينئذ حاصل ضرب $٣ \times ٤ \times ٥$ مساويا لحاصل ضرب $٣ \times ٥ \times ٤$ فلم يتغير إذن حاصل الضرب بتغير موضع العاملين الآخرين

ثالثا - يكفي في البرهنة على أن الخاصية المذكورة تجري في عددا من العوامل أن يبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع عاملين متواليين أياما كانا

مثاله حاصل ضرب $٢ \times ٦ \times ٤ \times ٣ \times ٥ \times ٨ \times ٩ \times ٧$ وليكن العاملان المتواليان في هذا المثال هما ٣ و ٥ فلجل البرهنة على أن الحاصل لا يتغير بتغير موضعهما يلاحظ وجود الحاصل $٢ \times ٦ \times ٤ \times ٣ \times ٥$ قبل ضربه في العوامل ٨ و ٩ و ٧ بمعنى أن يقطع النظر مؤقتا عن وجود هذه العوامل الأخيرة فعلى هذا يكفي أن يبرهن على

أن الحاصل $٢ \times ٦ \times ٤ \times ٣ \times ٥$ مساو للحاصل $٢ \times ٦ \times ٤ \times ٣ \times ٥$ ولذلك يلاحظ وجود الحاصل ٤٨ الناتج من ضرب $٢ \times ٦ \times ٤$ قبل ضربها في العاملين ٣ و ٥ وبذلك تؤول البرهنة الى أن $٤٨ \times ٣ \times ٥$ مساو الى $٤٨ \times ٣ \times ٥$ وقد ثبت في الصورة الثانية أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع العاملين الآخرين في صورة ما اذا كان هنالك ثلاثة عوامل

ومما ذكر ينتج أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع أى عامل من العوامل بان تنقله بالتدريج من محله الى محل آخر في الجهة اليمنى أو الجهة اليسرى وبذلك يثبت المطلوب

(٤٨) يكفي لعمل ميزان الضرب أن تجرى عملية الضرب على نفس المضروبين مع عكس وضعهما أى يجعل المضروب فيه مضروباً والمضروب مضروباً فيه فان ساوى الحاصل الثانى الحاصل الاول كانت العملية صحيحة مثال ذلك

الميزان	العملية الاصلية
مضروب ١٧	مضروب ٣٦٥
مضروب فيه ٣٦٥	مضروب فيه ١٧
٨٥	٢٥٥٥
١٠٢	٣٦٥
٥١	حاصل الضرب ٦٢٠٥
حاصل الضرب ٦٢٠٥	

(٤٩) يكفي لضرب حاصل ضرب عدة مضارب في عدد ما ضرب أحد مضاربه في ذلك العدد فاذا أريد ضرب ٢٤ وهو حاصل ضرب ٤×٦ في عدد ٥ مثلاً يكفي ضرب أحد العاملين ٤ أو ٦ في عدد ٥

وللبرهنة على ذلك نقول من المعلوم أن $٢٤ \times ٥ = ٤ \times ٦ \times ٥ = ٤ \times ٣٠$ أو $٢٤ \times ٥ = ٤ \times ٦ \times ٥ = ٤ \times ٣٠ = ٢٠ \times ٦$

(٥٠) مضاعفات أى عددهى حواصل ضربها في الاعداد ٢ و ٣ و ٤ و ٥... الخ وحيث أن عدد ٢٠ حاصل ضرب ٤×٥ هو مضاعف لعدد ٤

(٥١) اذا كانت عوامل حاصل ضرب كلها متساوية بان ضرب عدد في نفسه مرات سمي الحاصل قوة لهذا العدد فان تألف الحاصل من عاملين متساويين سمي القوة الثانية أو مربع

هذا العدد وان تألف من ثلاثة تسمى القوة الثالثة أو مكعبه وان تألف من أربعة تسمى القوة الرابعة وهكذا

والدلالة على قوة أى عدد مفروض بوضع فوقه من الجهة اليسرى عدد يدل على عدد مرات دخول هذا العدد عاملا في الحاصل فاذا وضعنا عدد ٣ مثلا فوق عدد ٢ دل ذلك على القوة الثالثة لعدد ٢ ويسمى عدد ٣ أسا لعدد ٢

كل عدد لأس له فأسه الواحد وحينئذ يكون ١ مساويا ٢

(٥٢) حاصل ضرب قوى أى عدد يساوى ذلك العدد مرفوع الى أس مساو لمجموع أسسه الموجودة في جميع عوامله وهذه الخاصية ناشئة عن كون حاصل الضرب يحتوى على جميع عوامل الاعداد التى تضرب في بعضها كما تقدم في مرة (٤٣ تنبيه) فعلى هذا يكون حاصل ضرب $2^2 \times 2^3$ مساويا 2^5 وذلك لان المضروب الاول يمكن وضعه على هذه الصورة $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ والثانى يمكن وضعه هكذا $2 \times 2 \times 2$ واذن يكون $2^2 \times 2^3$ على هذه الصورة $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ وبناء على هذا يكون مساويا 2^9

(٥٣) تنبيهان الاول - اذا وجد في حاصل ضرب عدة عوامل أن بعضها متحد فيه وكان له قوى فانه يكفى وضع أحد تلك العوامل المتحدة في الحاصل مرة واحدة ويشار له بأس مساو لمجموع أسس العوامل المذكورة

فعلى هذا يكون حاصل ضرب $2^3 \times 2^4 \times 2^5$ مساويا الى 2^{12} وذلك لان هذا الحاصل يمكن وضعه على هذه الصورة $2^3 \times 2^4 \times 2^5$ وهذا يساوى 2^{12}

التنبيه الثانى - اذا أريد رفع حاصل ضرب عدة عوامل الى قوة ما كفى في ذلك رفع كل عامل من عوامل هذا الحاصل الى تلك القوة

فعلى هذا اذا أريد رفع الحاصل $2 \times 2 \times 2$ الى القوة الثالثة مثلا تحصل $2^3 \times 2^3 \times 2^3$ وذلك لان القوة الثالثة المطاوعة يجب أن تكون مؤلفة من ثلاث عوامل كل منها مساو $2 \times 2 \times 2$ أى تكون عبارة عن الحاصل $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ وهذا الحاصل يساوى 2^9 على مقتضى التنبيه الاول وهو المراد

(مسائل في الضرب)

(١) المطلوب معرفة عدد الساعات التي تحتوي عليها السنة الشمسية المعتادة التي قدرها ٣٦٥ يوما

فالجواب أن يقال حيث أن كل يوم يحتوي على ٢٤ ساعة فيجب حينئذ تكرار عدد الساعات المذكورة ٣٦٥ مرة بأن يقال ٢٤ ساعة \times ٣٦٥ يوما يتحصل ٨٧٦٠ ساعة وهو عدد ساعات السنة الشمسية المطلوب

(٢) إذا اشتغل عامل ٥٨ مترا من عمل ما في اليوم فاعدد الامتار التي يشتغلها العامل المذكور مدة ٣٠ يوما

فالجواب أن يقال أن عدد الامتار المطلوبة يتحصل ضرورة من تكرار ٥٨ مترا ٣٠ مرة أو $٥٨ \times ٣٠ = ١٧٤٠$ مترا

(٣) قد ضربت ضريبة على ٦٨٥ قرية نخص كل واحدة منها ٢٥٠٨ غرشا فامقدار جزية الجميع

فالجواب أن يضرب ٢٥٠٨ غرشا في ٦٨٥ فيحصل من ذلك ١٧١٧٩٨٠ غرشا وهو كمية جزيات القرى المذكورة

(٤) سفينة تحتوي على ٧٨٤ برميلا زنة كل منها ٢٠٠٠ رطلا فامقدار وسق هذه السفينة

فالجواب أن يقال أن وسق هذه السفينة يتحصل من ضرب ٢٠٠٠ في ٧٨٤ وهو ١٥٦٨٠٠٠ رطلا

(مسائل يطلب حلها)

(١) باع أحد التجار ٥٤٣ أردبا قحما وكان ثمن الارنب الواحد ٧٠ غرشا فامقدار ثمن الجميع

(٢) عين ماء تنبع ١٢٥ قرية في الساعة الواحدة فامقدار ما تنبعه العين المذكورة مدة ٤٥ ساعة من القرب

(٣) اشترى رجل ٢٥٣٢ ذراعا من الجوخ ثمن الذراع الواحد ٣٥ غرشا فامقدار ثمن الجميع

(٤) اذاربح سبعون شريكا من تجارة ما مبلغا ما وقد خص كل واحد منهم من هذا الربح مبلغ ٣٥٣٢ فامقدار قيمة الربح الكلي

(٥) قد وجد عند أحد الصيارف ٧٥٠٦ قطعة فضة قيمة كل واحدة منها ١٩ غرشا فامقدار قيمة جميع القطع

(في القسمة)

(٥٤) القسمة عملية الغرض منها إيجاد عدد مرات احتواء عدد على آخر والعدد الأول يسمى مقسوماً والثاني يسمى مقسوماً عليه والعدد المراد إيجاده يسمى خارج القسمة ويستدل على القسمة بهذه العلامة \div أو : وتسمى مقسوماً على وحينئذ فالقنذار $٢٧ \div ٩$ يدل على لزوم قسمة عدد ٢٧ على ٩

يؤخذ من تعريف القسمة أنه إذا أريد قسمة عدد على آخر يطرح المقسوم عليه من المقسوم عدة مرات متوالية حتى لا يتأني الطرح ويكون عدد مرات الطرح هو خارج القسمة فعلى هذا إذا أريد قسمة عدد ٤٨ على التوالى على كل واحد من العددين ١٢ و ١٣ أجرى العمل هكذا

٤٨	٤٨	
١٣	١٢	
٣٥	٣٦	باق أول عملية طرح
١٣	١٢	
٢٢	٢٤	باق ثاني عملية طرح
١٣	١٢	
٠٩	١٢	باق ثالث عملية طرح
	١٢	
	٠٠	باق رابع عملية طرح

فنشاهد أن بعد أن أجرينا في العملية الأولى أربع طروح جزئية متوالية لم يبق للعملية باق وبذلك يكون عدد ٤ هو خارج قسمة ٤٨ على ١٢ الحقيقي

وأما في العملية الثانية فأن بعد أن أجرينا ثلاث طروح متوالية بقي باق ٩ أقل من المقسوم عليه وبذلك لا يكون عدد ٣ هو خارج قسمة ٤٨ على ١٣ الحقيقي بل هو قريب منه لأن للعملية باق ٩ ولذا يسمى بخارج القسمة التقريبي

(٥٥) ومما ذكره نتج

أولاً - أنه عندما تكون عملية القسمة منتهية يكون المقسوم مساوياً لحاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة ولذا نعرف القسمة أحياناً بأنها عملية الغرض منها إذا علم حاصل ضرب عاملين واحد منهما فإنه يطلب تعيين العامل الثاني

ثانياً - أنه عند ما يكون للعملية باق يكون المقسوم مساوياً لحاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة زائداً الباقي ويقال في مثل هذه الحالة ان حاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة هو أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل في المقسوم

(٥٦) لكنه لما كان تحصيل خارج القسمة بواسطة هذه العملية يطول بكثرة الطروح المتوالية سيما اذا كان المقسوم مشتملاً على المقسوم عليه عدة مرات ناسب اتباع طريقة مختصرة نذكرها فتهوّل

(٥٧) للقسمة حالتان

(٥٨) الحالة الاولى أن يكون المقسوم دون عشرة أمثال المقسوم عليه بمعنى أن يكون خارج القسمة رقاً واحداً ولهذه الحالة صورتان

الصورة الاولى أن يكون المقسوم عليه رقاً واحداً
فاذا أريد مثلاً قسمة ٤٨ على ٦ نقول

ان جدول فيثاغورس كاف في تحصيل رقم خارج القسمة المطلوب وذلك بان تنزل في العمود الرأسى المبدوء بالمقسوم عليه ٦ لنبحث فيه عن المقسوم ٤٨ وحيث انه يوجد في الصف الثامن الافقى فيكون عدد ٨ المبدوء به هذا الصف هو خارج القسمة المطلوب

مثال آخر اذا أريد قسمة ٥٧ على ٩ نقول انه عندما تنزل في الصف الرأسى المبدوء برقم ٩ لنبحث فيه عن المقسوم ٥٧ فلم نجده غير أن نرى أن عدد ٥٤ هو أعظم مضاعف لعدد ٩ موجود فيه وبذا يكون عدد ٦ هو خارج القسمة التقريبي ويكون الباقي ٣

الصورة الثانية أن يكون المقسوم عليه من بكمين رقين فأكثر

فاذا كان المطلوب تحصيل خارج قسمة ٢٩١٧ على ٣٨٩ نقول

حيث ان خارج القسمة رقم واحد وان المقسوم هو عبارة عن حاصل ضرب المقسوم عليه في الرقم المبحوث عنه في خارج القسمة زائداً الباقي ان وجد فيتألف المقسوم ٢٩١٧ بناء على ما ذكر من مجموع الحواصل الجزئية الثلاثة الناتجة من ضرب رقم خارج القسمة في كل من مئات المقسوم عليه ٣ وعشراته ٨ وآحاده ٩ ومن باق العملية ان وجد

وحيث ان حاصل ضرب رقم خارج القسمة في مئات المقسوم عليه هو عدد صحيح من المئات فلا يمكن حصره الا في ٢٩ مئات المقسوم وحيث اذا ابحثنا عن أعظم مضاعف لمئات المقسوم عليه الداخل في ٢٩ مئات وقسمناه على مئات المقسوم عليه فاننا نتوصل الى رقم خارج القسمة

لكنه حيث ان ٢٩ مئآت المقسوم قد لا تحتوى فقط على حاصل ضرب رقم خارج القسمة في مئآت المقسوم عليه بل تحتوى زيادة على ذلك بعض مئآت زائدة متحصلة من ضرب رقم خارج القسمة في عشرات المقسوم عليه وآحاده ومن الباقي ان وجد فاذا قسمنا حينئذ ٢٩ مئآت المقسوم على ٣ مئآت المقسوم عليه فاننا نتحصل اما على رقم خارج القسمة أو على رقم أكبر منه لكنه من المعلوم أنه اذا كان رقم خارج القسمة كبيراً عما يلزم فان حاصل ضربه في المقسوم عليه لا يمكن طرحه من المقسوم وحيث ان الرقم المذكور لا يمكن أن يكون في هذه الحالة ٩ ولا ٨ فيكون هو رقم ٧ وتوضع العملية هكذا

$$\begin{array}{r|l} \text{مقسوم } ٢٩١٧ & \text{مقسوم عليه } ٣٨٩ \\ ٢٧٢٣ & \text{خارج القسمة } ٧ \\ \hline ١٩٤ & \text{الباقى} \end{array}$$

ثم نقول بعد وضع المقسوم عليه على يسار المقسوم وفضلهما باعستقيم رأسي ورسم مستقيم أفقي تحت المقسوم عليه ليفضله عن خارج القسمة لنا طريقتان في تعيين رقم خارج القسمة الطريقة الاولى لما كان خارج القسمة عبارة عن العدد الذى اذا ضرب في المقسوم عليه يتحصل امانفس المقسوم أو أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل فيه فنسكون اذن جدولاً مشتملاً على حواصل ضرب المقسوم عليه في الاعداد التسعة البسيطة هكذا

$$\begin{array}{l|l|l} ٢٧٢٣ = ٣٨٩ \times ٧ & ١٥٥٦ = ٣٨٩ \times ٤ & ٣٨٩ = ٣٨٩ \times ١ \\ ٣١١٢ = ٣٨٩ \times ٨ & ١٩٤٥ = ٣٨٩ \times ٥ & ٧٧٨ = ٣٨٩ \times ٢ \\ ٣٥٠١ = ٣٨٩ \times ٩ & ٢٣٣٤ = ٣٨٩ \times ٦ & ١١٦٧ = ٣٨٩ \times ٣ \end{array}$$

ثم نبحث في حواصل الضرب هذه عن المقسوم ٢٩١٧ ولما لم نجده نبحث عن أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل فيه فنرى أن هذا المضاعف هو عدد ٢٧٢٣ الناتج من ضرب المقسوم عليه ٣٨٩ في ٧ وبذلك يكون عدد ٧ هو رقم خارج القسمة المطلوب والباقي هو ١٩٤ الطريقة الثانية وتسمى بطريقة التحسيس وهى أن ينظر للرقم الدال على أعلى رتبة من المقسوم عليه ويبحث عن أعظم مضاعف له داخل في العدد الدال على الرتبة المناظرة لرتبته من المقسوم سواء احتوى هذا العدد على رقم واحد أو على رقمين وبذا يتوصل لرقم خارج القسمة ثم يضرب في المقسوم عليه بتمامه ويطرح الناتج من المقسوم كله فان تعذر الطرح ينقص خارج القسمة واحداً بعد واحد حتى يتأق الطرح ويكون مع ذلك باقى العملية أقل من المقسوم عليه

واذن فيقال في المثال المتقدم حيث ان رقم أعلى رتبة في المقسوم عليه هو ٣ مثبات فنبحث
حينئذ عن أعظم مضاعف له داخل في عدد ٢٩ مثبات المقسوم فنرى أنه هو ٢٧ الناتج
من ضرب ٣ × ٩ وبذا يكون عدد ٩ هو خارج القسمة لكنه بضرب رقم ٩ المذكور
في المقسوم عليه بتمامه ٣٨٩ فانه يتحصل العدد ٣٥٠١ وهو أكبر من المقسوم ٢٩١٧
ولذا يجب تنقيصه واحدا وجعله ٨ غير أنه بضرب ٨ في المقسوم عليه يتحصل عدد ٣١١٢
وهو أكبر من المقسوم أيضا فيجب تنقيصه واحدا وجعله ٧ وبضرب رقم ٧ في المقسوم
عليه يتحصل منه ٢٧٢٣ وهو أصغر من المقسوم وبطرحه منه يتحصل الباقي ١٩٤ وهو
أصغر من المقسوم عليه واذن فيكون عدد ٧ هو رقم خارج القسمة

(٥٩) تنبيه - قد اشترطنا أن يكون الباقي أصغر من المقسوم عليه وذلك لانه لما
كان خارج القسمة يدل على عدد مرات احتواء المقسوم على المقسوم عليه فاذا وجد العملية
باق وكان أكبر من المقسوم عليه أو مساويا له دل ذلك على أن رقم خارج القسمة صغير بمعنى
أن المقسوم يحتوى على المقسوم عليه أزيد مما دل عليه رقم خارج القسمة

(٦٠) وهناك طريقة لاجراء القسمة يقل بها عدد مرات التحسيس وهي أن يعتبر الرقم الاول
من يسار المقسوم عليه زائدا واحدا اذا كان الرقم الذي يليه من جهة اليمين يزيد عن ٥
ويضم هذا الواحد لرقم المقسوم الدال على الرتبة المناظرة لرقم المقسوم عليه الاعلى ثم تجرى
عملية القسمة

وحينئذ فعوضا عما يقال في المثال المتقدم كم مرة يحتوى ٢٩ العدد ٣ يقال كم مرة يحتوى
عدد ٣٠ العدد ٤ فنرى أن عددا لاحتواء هو ٧ وهو عين رقم خارج القسمة الذي وجد أولا
بعد عمليتي التحسيس والسبب في ذلك هو زيادة قرب المقسوم عليه ٣٨٩ من ٤٠٠ أكثر
من قرينه من ٣٠٠ ومع ذلك فلا ينبغي لنا أن نجزم دائما بان الرقم الناتج من هذه العملية هو الرقم
المطلوب لخارج القسمة الا بعد ضربه في المقسوم عليه وامكان طرح الحاصل من المقسوم
اذ أن هذه الطريقة لم يقصد بها سوى تقليل عدد التحسيس فقط
ومما ذكرته هذه القاعدة

(٦١) اذا كان المقسوم دون عشرة أمثال المقسوم عليه وكان المقسوم عليه رقما واحدا
فان رقم خارج القسمة يستخرج من جدول فيثاغورس بأن ننزل في الصف الرأسى المبدوء برقم
المقسوم عليه ونبحث فيه اما عن المقسوم أو عن أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل فيه
ويكون العدد المقابل له في نهاية الصف الافقى هو رقم خارج القسمة

أما إذا كان المقسوم عليه مركباً من رقمين فأكثر فإنه يوضع المقسوم عليه على يسار المقسوم ويفصلان بمستقيم رأسي ثم يرسم مستقيم أفقي تحت المقسوم عليه ليفصله عن خارج القسمة ثم يؤخذ من يسار المقسوم أرقام كافية لاحتواء الرقم الدال على أعلى رتبة من المقسوم عليه وبذلك يتكون مقسوم جزئي نفسه على أعلى رقم من المقسوم عليه كما تقدم في الحالة الأولى ثم نضرب رقم خارج القسمة الناتج في المقسوم عليه بتمامه ونطرح الحاصل من المقسوم الكلي فإن تعذر الطرح ينقص الرقم المذكور واحداً بعد واحد حتى يتأتى الطرح ويكون باقي العملية أقل من المقسوم عليه

(٦٢) الحالة الثانية أن يكون المقسوم أكبر من عشرة أمثال المقسوم عليه بمعنى أن خارج القسمة يكون مركباً من رقمين فأكثر

وهذه الحالة وإن كان لها صورتان على حسب ما يكون المقسوم عليه رقماً واحداً أو مركباً من عدة أرقام لكنه لما كانت البراهين والأعمال التي تجري في إحدى الصورتين تجري أيضاً في الصورة الثانية ناسب أن نكتفي بالصورة الثانية منهما فنعول

إذا أريد قسمة ٩٧٤٦١ على ٣٢٧ نقول حيث أن خارج القسمة مركب من جملة أرقام لنبدأ بالبحث عن عددها

ولذلك نقول حيث أن المقسوم ٩٧٤٦١ منحصر بين ١٠٠٠ × ٣٢٧ = ٣٢٧٠٠٠ وبين ١٠٠٠ × ٣٢٧ = ٣٢٧٠٠٠ فيكون خارج القسمة محصوراً ضرورة بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠ وبذلك يكون مركباً من ثلاثة أرقام آحاد وعشرات ومئات والبحث عنها نقول حيث قد علمت تركيب خارج القسمة من ثلاثة أرقام فيتركب المقسوم اذن من ثلاث حواصل جزئية وهي حواصل ضرب المقسوم عليه في آحاد خارج القسمة وعشرات ومئاته ومن الباقي أن وجد ولما كانت هذه الحواصل ممتزجة مع بعضها في المقسوم بحيث لا يتيسر معرفة أيها في أي جزء منه حتى يقسمته على المقسوم عليه تتوصل إلى الرقم المناظر له من خارج القسمة بخلاف حاصل ضرب مئات خارج القسمة في المقسوم عليه حيث يمكن حصره في جزء معين من المقسوم لزم اذن أن لا يتبدأ إلا بالبحث عن رقم مئات خارج القسمة ولذلك نقول

من المعلوم أن حاصل ضرب مئات خارج القسمة في المقسوم عليه لا يكون إلا عدداً منتهاياً بصفرين أي مئات فلا يمكن وجوده إلا في ٩٧٤ مئات المقسوم فإذا بحثنا حينئذ عن أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل في ٩٧٤ مئات فإنا نتحصل على رقم مئات خارج القسمة لكنه

لما كانت مئآت المقسوم قد لا تشمل فقط على حاصل ضرب رقم مئآت خارج القسمة في المقسوم عليه بل على بعض مئآت أخرى ناتجة من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه ومن الباقي ان وجد كان يتوهم أنه بقسمة مئآت المقسوم على المقسوم عليه يتوصل الى رقم أكبر من رقم مئآت خارج القسمة الحقيقي

ولدفع هذا الوهم نقول انا لو سلمنا ما ذكر فإن أقل زيادة لرقم مئآت خارج القسمة هي مائة واحدة ومن المعلوم أن هذه الزيادة لا يمكن أن تتأني في خارج القسمة الا اذا كانت المئآت الزائدة التي امتزجت بحاصل ضرب مئآت خارج القسمة الحقيقي في المقسوم عليه وتكون منها مئآت المقسوم مساوية بالأقل مائة مرة المقسوم عليه أي 32700 ~~ليكنه~~ حيث ان تلك المئآت لم تنج الا من ضرب رقمي عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه ومن الباقي ان وجد وان النهاية العظمى لرقمي عشرات وآحاد خارج القسمة هي ٩٩ ونهاية الباقي هي ٣٢٦ فاذا ضم الى حاصل ضرب المقسوم عليه في ٩٩ العدد ٣٢٦ فان الناتج لا يمكن أن يتأني منه $32700 = 327 \times 100$ كما لا يخفى وبذلك قد اندفع الوهم

وبناء على ما ذكر اذا قسم ٩٧٤ مئآت المقسوم على المقسوم عليه ٣٢٧ فانا نتوصل الى رقم مئآت خارج القسمة وباجراء أعمال مشابهة للتي أجريت في الصورة الثانية من الحالة الاولى نعلم أن عدد ٢ هو رقم مئآت خارج القسمة

ولتحصيل باقي أرقام خارج القسمة نقول حيث ان المقسوم ٩٧٤٦١ من كسب كما علمت من ثلاثة حواصل جزئية ومن الباقي ان وجد فاذا طرح منه $327 \times 200 = 65400$ أي حاصل ضرب المقسوم عليه في مئآت خارج القسمة كان الباقي وهو ١٤٠٦١ مؤلفا من حاصلين جزئيين وهما حاصل ضرب المقسوم عليه في رقمي عشرات خارج القسمة وآحاده ومن الباقي ان وجد

(٦٣) وباعادة البراهين والأعمال المتقدمة نرى أنه يجب البدء بالبحث عن رقم عشرات خارج القسمة وأنه اذا قسم عدد ١٤٠٦ وهو عشرات الباقي ١٤٠٦١ على المقسوم عليه نتوصل الى رقم عشرات خارج القسمة وهو ٤ عشرات وبضرب هذا الرقم في المقسوم عليه يتحصل منه ١٣٠٨ عشرات وبطرحه من ١٤٠٦١ يكون الباقي ٩٨١ مشتملا على حاصل ضرب رقم آحاد خارج القسمة في المقسوم عليه ومن الباقي ان وجد واذا قسم ٩٨١ على المقسوم عليه نتوصل الى رقم ٣ آحاد خارج القسمة ثم اذا ضرب هذا الرقم في المقسوم عليه

يتحصل منه ٩٨١ ويطرحه من ٩٨١ يكون الباقي صفرا وتوضع العملية هكذا

مقسوم	٧٩٤٦١
٣٢٧ مقسوم عليه	
٦٥٤٠٠	
الباقي الاول	١٤٠٦١
١٣٠٨٠	
الباقي الثانى	٠٠٩٨١
٩٨١	
الباقي الثالث	...

بالتأمل فى هذه العملية نرى امكان الاستغناء عن وضع الازهار بجانب الحواصل الناتجة من ضرب رقمى مئات خارج القسمة وعشراته فى المقسوم عليه اكتفاء بوضع الرقم الاول من كل حاصل منهما فى المنزلة المناسبة له وبهذه الكيفية يكون عدد ٧٩٤ مئات المقسوم مقسوماً أولاً جزئياً وأن الحاصل الذى يطرح منه هو عدد ٦٥٤ وهو حاصل ضرب المقسوم عليه فى رقم مئات خارج القسمة ٢ باعتباره آحاداً بسيطة ويكون ثانى مقسوم جزئى العدد ١٤٠٦ بواسطة انزال رقم ٦ الذى يلى المقسوم الاول الجزئى بجانب العدد ١٤٠ الذى هو باقى طرح ٦٥٤ من ٧٩٤ ويكون المقسوم الجزئى الثالث هو ٩٨١ بواسطة انزال رقم ١ الموجود على عين رقم ٦ من المقسوم الكلى بجانب ٩٨ الذى هو باقى طرح ١٣٠٨ حاصل ضرب رقم عشرات خارج القسمة فى المقسوم عليه باعتباره آحاداً بسيطة من ١٤٠٦ وتوضع صورة العملية المعتادة هكذا

مقسوم	٧٩٤٦١
٣٢٧ مقسوم عليه	
٦٥٤	
١٤٠٦	
١٣٠٨	
٩٨١	
٩٨١	
...	

ثم نقول بعد تعيين المقسوم الاول الجزئى ٧٩٤ أى بعد أن نأخذ من يسار المقسوم أرقاماً كافية لاحتواء المقسوم عليه ٣٢٧ كم مرة يحتوى ٧٩٤ العدد ٣٢٧ أو كم مرة يحتوى

عدد ٧ العدد ٣ (الطريقة الثانية من الصورة الثانية عمدة ٥٨) فنقول ٢ فنضربه في المقسوم عليه فيحصل ٦٥٤ ثم نطرحه من المقسوم الجزئي الاول ٧٩٤ وحيث ان الطرح ممكن وان الباقي ١٤٠ أصغر من المقسوم عليه فيكون عدد ٢ هو الرقم الحقيقي لأعلى رتبة من خارج القسمة ثم ننزل بعد ذلك رقم ٦ الذي يلي المقسوم الاول الجزئي على عين الباقي الاول ١٤٠ فيشكلون من ذلك المقسوم الجزئي الثاني وهو ١٤٠٦ وبقسمته على المقسوم عليه كما تقدم تحصل على ثاني رقم خارج القسمة ٤ فنضعه على عين رقم ٢ وهكذا يجري العمل حتى ينتهي انزال الأرقام المنفصلة من المقسوم الكلي

(٦٤) مثال آخر اذا أريد قسمة ٣٧٨٢١٤ على ٥٣٨ نضع العملية على هذه الصورة

٥٣٨	٣٧٨٢١٤
٧٠٣	٣٧٦٦
مقسوم عليه	
خارج القسمة	
	ثاني وثالث مقسوم جزئي ٠٠١٦١٤
	١٦١٤

ثم نقول حيث ان الأرقام الثلاثة الموجودة على يسار المقسوم وهي ٣٧٨ أصغر من المقسوم عليه ٥٣٨ فيكون المقسوم الاول الجزئي هو ٣٧٨٢ ونقول كم مرة يحتوى ٣٧٨٢ العدد ٥٣٨ أو كم مرة يحتوى ٣٧ العدد ٥ فنرى أن عدد الاحتواء هو ٧ وبضربه في المقسوم عليه يتحصل ٣٧٦٦ وبطرحه من المقسوم الاول الجزئي يتحصل الباقي ١٦ وبانزال رقم ١ بجانبه يتحصل ١٦١ وهو المقسوم الثاني الجزئي وحيث انه أصغر من المقسوم عليه دل ذلك على أن خارج القسمة لا يحتوى على أحاد من المنزلة الثانية من جهة اليسار ولذا يوضع صفر في خارج القسمة على عين رقم ٧ ثم ننزل رقم ٤ بجانب عدد ١٦١ فيحصل المقسوم الجزئي الثالث وهو ١٦١٤ ويستمر العمل كما سبق

(٦٥) ويستعمل غالباً عند إجراء عملية القسمة عملية تجريبية يتحقق بها صحة رقم خارج القسمة قبل كتابته وتسمى هذه العملية بطريقة وضع رقم خارج القسمة بعد تجربته وذلك بأن نضرب رقم خارج القسمة المطلوب تجربته في كل رقم من أرقام المقسوم عليه بالابتداء من الآحاد العليا ثم نطرح كل حاصل جزئي من الجزء المناظر له من المقسوم الجزئي أو منه مضافاً اليه الباقي المتحصل من العملية السابقة الذي يعتبر عشرات له فان لم تعد جميع الطروح المتواليات

لا يكون الرقم الجارى تجربته كبيرا والا فينقص الرقم المذكور واحدا بعد واحد حتى يتأتى
الطرح كما ترى

فنقول مثلاً فى مثال الصورة الثانية من غرة ٥٨ حيث ان عدد ٢٩ يحتوى عدد ٣ تسع
مرات فتجرب اذن رقم ٩ قبل كتابته ونقول ٩ × ٣ مئآت يحصل ٢٧ مئآت مطروحة
من ٢٩ مئآت يكون الباقي ٢ مئآت أو ٢٠ عشرات فنضعها الى ١ عشرات المقسوم
فيحصل ٢١ عشرات ثم نقول ٩ × ٨ عشرات يحصل ٧٢ عشرات وهو حاصل لا يمكن
طرحه من ٢١ عشرات فلذا يكون رقم ٩ كبيرا فننقصه واحدا ونجعله ٨ ثم نجرب أيضا
هذا الرقم بالطريقة السابقة ومنه نعلم أنه كبير أيضا فلذا ننقصه واحدا أيضا ونجعله ٧
وبتجربة رقم ٧ نرى أن جميع الطروحات ممكنة وبذا يكون هو رقم خارج القسمة
ومما يجب ملاحظته عند اجراء عملية التجربة هو أنه اذا وجد أن أحد البواقي المتوسطة ٩
أو أكثر من ٩ فإنه يتحقق من أن الرقم الجارى تجربته ليس بكبير ولذا لا يكون هنالك لزوم
لاتمام عملية التجربة لان حاصل ضرب أى عدد من بسائط لا يتأتى منه عشرات تزيد عن ٨
ومما ذكر جميعه تنتج هذه القاعدة

(٦٦) لقسمة أى عدد على آخر أكبر من عشرة أمثاله نضع المقسوم عليه على يسار المقسوم
ونفصلهما بخط مستقيم رأسى ونرسم تحت المقسوم عليه مستقيماً أفقياً يفصله عن خارج
القسمة ثم نأخذ من يسار المقسوم أرقاماً كافية لاحتواء المقسوم عليه فيشكلون من ذلك أول
مقسوم جزئى نقسمه على المقسوم عليه فيحصل رقم الآحاد العليا لخارج القسمة فنضربه
فى المقسوم عليه ونطرح الحاصل من المقسوم الجزئى الاول وتنزل على عين الباقى أول الأرقام
المنفصلة من المقسوم الكلى الذى يلى المقسوم الجزئى الاول فيشكلون من ذلك المقسوم الثانى
الجزئى ويقسمته على المقسوم عليه نتوصل الى ثانى رقم لخارج القسمة فنضعه على عين الرقم
الاول ثم نطرح حاصل ضربه فى المقسوم عليه من المقسوم الثانى الجزئى وهكذا يستمر العمل
حتى ينزل الرقم الاخير من المقسوم الكلى أى رقم آحاده مع ملاحظة كتابة كل خارج جزئى
متحصل على عين رقم الخارج السابق عليه ثم اذا كان أحد المقاسيم الجزئية لا يقبل القسمة على
المقسوم عليه دل ذلك على عدم احتواء خارج القسمة على آحاد من جنس الآحاد المناظرة لهذا
المقسوم الجزئى وحينئذ فيوضع فى محله صفر ثم ننزل على عين هذا المقسوم الجزئى المذكور
الرقم الذى عليه الدور من أرقام المقسوم وبذلك يتكون مقسوم جزئى جديد يقسم على
المقسوم عليه وهكذا

(٦٧) وبناء على ما ذكر في هذه القاعدة إذا أريد قسمة ٧٦١٨٩ على ٩ أجرى العمل هكذا

مقسوم عليه	مقسوم
٩	٧٦١٨٩
٨٤٦٥ خارج القسمة	٧٢
	٠٤١
	٣٦
	٠٥٨
	٥٤
	٠٤٩
	٤٥
	٠٤

(٦٨) يمكن اختصار عملية القسمة بأن لا توضع حواصل ضرب المقسوم عليه في الأرقام المختلفة لخارج القسمة تحت المقاسيم الجزئية وإنما تجرى عملية الضرب والطرح معا بواسطة طرح الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب كل رقم من أرقام المقسوم عليه في رقم خارج القسمة الجاري عليه العمل على التوالي من الأجزاء المتحدة معها في المنزلة من المقسوم الجزئي المناظر لرقم خارج القسمة وذلك بالابتداء من جهة اليمين وعند تعذر الطرح يضم إلى المطروح منه عشرة أو عدة عشرات حتى يتأتى الطرح وفي مقابلة ذلك نضم تلك العشرات التي أضيفت إلى الحاصل الذي يأتي بعد (٢٩) فنقول في مثال غمرة ٦٣ بعد تجزئة رقم ٤ من خارج القسمة أن ٧ × ٤ يحصل ٢٨ وهو عدد لا يمكن طرحه من ٦ فيضم إليه ٣ عشرات حتى يتأتى الطرح فيحصل ٣٦ فإذا طرح ٢٨ من ٣٦ يكون الباقي ٨ ونحفظ ٣ عشرات لاضافتها إلى الحاصل الآتي بعد وهو حاصل ضرب رقم عشرات المقسوم عليه في رقم خارج القسمة ٤ ثم نقول ٢ × ٤ يحصل ٨ و ٣ محفوظة يحصل ١١ وهو عدد لا يمكن طرحه من صفر فنضم إليه ٢ عشرات ثم نقول ١١ من ٢٠ يبقى ٩ ومعنا ٢ ونقول ٤ × ٣ يحصل ١٢ و ٢ محفوظة يحصل ١٤ مطروحة من ١٤ يبقى صفر ويكون باقي طرح حاصل ضرب رقم خارج القسمة ٤ في المقسوم عليه من المقسوم الجزئي ١٤٠٦ هو ٩٨ وهو عين الباقي المتقدم بالعملية السابقة وتوضع العملية على هذه الصورة

مقسوم عليه	مقسوم
٣٢٧	٧٩٤٦١
٢٤٣ خارج القسمة	ثاني مقسوم جزئي ١٤٠٦
	ثالث مقسوم جزئي ٩٨١
	باقي ...

(٦٩) عندما يكون المقسوم عليه رقاً واحداً فإن عملية القسمة تختصر كما يأتي
فنقرب أن المطلوب اختصار عملية القسمة المذكورة بنمرة (٦٧) فنضع العمل هكذا

٧٦١٨٩	مقسوم
٨٤٦٥	خارج القسمة
٤	الباقى
٩	مقسوم عليه

ثم نقول كم مرة يحتوى عدد ٧٦ العدد ٩ أو كم مرة ينحصر عدد ٩ فى عدد ٧٦ أو كم يكون تسع عدد ٧٦ وحيث أنه ٨ فيوضع تحت رقم ٦ الوف وأما الباقي ٤ الوف أو ٤ مئات يضاف اليه مئات المقسوم فيتحصل ١٤ مئات ثم نقول كم يكون تسع عدد ١٤ وحيث أنه ١ فيوضع تحت رقم المئات ١ وأما الباقي ٥ مئات أو ٥ عشرات فإنه يضم الى عشرات المقسوم ٨ عشرات فيتحصل ٥٨ عشرات ثم نقول كم يكون تسع عدد ٥٨ وحيث أنه ٦ فيوضع تحت رقم عشرات المقسوم ٨ وأما الباقي ٤ عشرات أو ٤ آحاد فإنه يضم الى آحاد المقسوم ٩ فيتحصل ٤٩ ثم نقول كم يكون تسع عدد ٤٩ وحيث أنه ٥ فيوضع تحت آحاد المقسوم وأما الباقي ٤ فيوضع تحت رقم ٥ ويكون عدد ٨٤٦٥ هو خارج القسمة والباقي ٤ وهما عين ناتج بنمرة (٦٧)

(٧٠) يكفي فى عمل ميزان القسمة أن يضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة ويضم الى الناتج باقى العملية فإن ساوى الحاصل المقسوم كانت العملية صحيحة

٣٢٧	٧٩٤٦١	مقسوم
٢٤٣	١٤٠٦	خارج القسمة
٩٨١	٩٨١	مقسوم عليه
١٣٠٨	...	الباقى
٦٥٤		
٧٩٤٦١		حاصل الضرب

(٧١) يكفي لقسمة حاصل ضرب عاملين أو عدة عوامل على عدداً أن يقسم أحد عوامله على هذا العدد

فإذا أريد مثلاً قسمة حاصل ضرب العاملين ١٣٥ و ٤٧ على ١٥ يكفي قسمة أحدهما ١٣٥ على ١٥ ثم يضرب خارج القسمة ٩ فى ٤٧ ودليل ذلك أنه إذا ضرب هذا الحاصل الجديد فى ١٥ تتوصل الى حاصل الضرب الاصل بنمرة ٤٩

(٧٢) حيث ان خارج القسمة يدل دائماً على عدد مرات احتواء المقسوم على المقسوم عليه
فاذا ضم المقسوم الى نفسه مرة أو مرتين أو ثلاثة الخ أى ضرب في ٢ أو في ٣ أو في ٤ أو الخ
فان خارج القسمة يكبر عما كان عليه ضرورة بمرتين أو بثلاث مرات وهكذا أى يضرب في ٢
أو في ٣ أو في ٤ وهكذا

وإذا أخذ نصف المقسوم أو ثلثه أو رבעه وهكذا أى قسم على ٢ أو على ٣ أو على ٤ الخ
فان خارج القسمة يصغر عما هو عليه بمرتين أو بثلاث مرات أو بأربع مرات وهكذا أى يقسم
على ٢ أو على ٣ أو على ٤ الخ

وإذا ضم المقسوم عليه الى نفسه مرة أو مرتين أو ثلاثة الخ أى ضرب في ٢ أو في ٣ أو في ٤ الخ
فان عدد مرات الاحتواء يصغر ضرورة عما هو عليه بمرتين أو بثلاث مرات أو بأربع مرات الخ
أعني يقسم على ٢ أو على ٣ أو على ٤ الخ

وإذا أخذ نصف المقسوم عليه أو ثلثه أو رבעه وهكذا فان عدد مرات الاحتواء يضرب ضرورة
في ٢ أو في ٣ أو في ٤ وهكذا

(٧٣) ينتج مما ذكر أنه اذا ضرب المقسوم والمقسوم عليه معاً في عدداً فان خارج القسمة
لا يتغير وكذا اذا قسم المقسوم والمقسوم عليه على عدد واحد

(٧٤) تنبيهه اذا كان المقسوم والمقسوم عليه منتهيين بأصغار من الجهة اليمنى جازلك
أن تحذف من أصفار أحدهما بقدر ما تحذف من أصفار الآخر ويبقى خارج القسمة على حاله
لا يتغير لان ذلك عبارة عن قسمة المقسوم والمقسوم عليه على عدد واحد

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٧٢٠٠٠٠ على ٦٠٠٠ هو عين خارج قسمة ٧٢٠ على ٦

(٧٥) اذا ضرب المقسوم والمقسوم عليه في عدد واحد أو قسم على عدد واحد وان كان
خارج القسمة لا يتغير انما الباقي يضرب أو يقسم على هذا العدد

فانافرض مثلاً أن $٧ \times ٦ = ٤٢$ وضرب المقسوم ٦ في ٧ مثلاً أو قسم عليه
وضرب المقسوم عليه ٦ في العدد المذكور ٧ كوراً أو قسم عليه فان خارج القسمة ٧ لا يتغير وانما
يضرب الباقي ٥ أو يقسم على هذا العدد

وذلك لانهما كانا المقسوم المذكور ٧ ضرباً من جرتين أحدهما ٦ \times ٧ والثاني ٥ لزم
لضربه أو لقسمة على عددهما أن يضرب أو يقسم كل جزء من جزأيه على هذا العدد لكنه
لضرب الجزء الأول ٦ \times ٧ في عددهما أو لقسمة على عددهما يكفي ضرب أحدهم ضرويه ٦ مثلاً

أو قسمته على العدد المذكور (٧١) وحينئذ قلتم بتغير خارج القسمة ٧ وانما يضرب الباقي ٥ في ٣ أو يقسم على عدد ٣

(٧٦) يكفي في قسمة أي عدد على حاصل ضرب عدة عوامل أن يقسم هذا العدد على التوالي على العوامل المذكورة وهذه الخاصية هي نتيجة قاعدة نمرة ٤٢

فعلى هذا إذا كان المطلوب قسمة ١٠٥ على عدد ١٥ الذي هو حاصل ضرب عاملي ٣ و ٥ فاقسم أولاً ١٠٥ على ٥ فيكون خارج القسمة ٢١ ثم اقسم ٢١ على ٣ فيكون ٧ هو خارج قسمة ١٠٥ على ١٥ لأنك لو ضربت ٧ × ٣ ثم ضربت الحاصل ٢١ في ٥ لننتج ١٠٥ (٧٧) خارج قسمة قوى عدد واحد على بعضهم ما يساوي هذا العدد بأس مساو لاس المقسوم ناقصاً أس المقسوم عليه

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٧ على ٢ هو ٣ وذلك لأن حاصل ضرب ٢ × ٣ = ٦

(٧٨) تنبيه متى احتوى المقسوم والمقسوم عليه على قوى عدد واحد فإن أس هذا العدد في خارج القسمة يتحصل بطرح أس المقسوم عليه من أس المقسوم

فخارج قسمة ٧ × ٥ على ٢ × ٣ = ٥ × ٢ = ١٠ وذلك لأن ٢ × ٣ × ٥ × ٢ = ٥ × ٢ = ١٠ وبالجمله متى كان المقسوم والمقسوم عليه محالين الى عوامل فإن خارج القسمة يتحصل بحذف جميع عوامل المقسوم عليه من عوامل المقسوم

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٢ × ٣ × ٥ × ٧ × ١٣ على ٢ × ٣ × ٥ × ٧ هو ١٣ × ٧ × ٥ × ٢

(مسائل القسمة)

(١) إذا كان ثمن المتر الواحد من الجوخ يعادل ٣٥ قرشا فما يكون عدد الامتار التي يمكن شترها من هذا الجوخ بمبلغ ٤٣٧٥ غرشا

فالجواب أن يقال ان عدد الامتار المطلوبه يتحصل ضرورة من قسمة مبلغ ٤٣٧٥ غرشا على ثمن المتر الواحد وهو ٣٥ غرشا وباجراء القسمة يعلم أن عدد الامتار المطلوبه هو ١٢٥

(٢) إذا كان ثمن ٩ متر اقماش يعادل ٤٥١٢ غرشا فما مقدار ثمن ١٣ متر من هذا القماش فالجواب أن يقال من المعلوم أنه لا يتأتى معرفة ثمن الثلاثة عشر متر من القماش الا اذا عرف ثمن المتر الواحد منه ولذا يجب أولاً قسمة ٤٥١٢ غرشا على ٩ فيحصل ٤٨ غرشا وهو ثمن المتر الواحد فاذا ضرب في ١٣ يتحصل ٦٢٤ غرشا وهو ثمن ١٣ متر المطلوب

(٣) اشترك ٣٥ شخصا في تجارة فربحت مبلغ ٤٣٠٥ غرشا والمطلوب معرفة ما يخص كل شريك من الربح

فالجواب أن يقال مقدار ربح كل شريك يتحصل ضرورة من قسمة مقدار الربح الكلي وهو ٤٣٠٥ على عدد الشركاء ويكون مقداره مساويا ١٢٣ غرشا

(٤) اشترى رجل ٢٥٤ أردبا بمبلغ ١٩٣٠٤ غرشا وباع منها مقداراً من الأردب بمبلغ ٩٥٠٠ غرشا بالسعر الذي اشترى به والمطلوب معرفة مقدار الأردب التي باعها

فالجواب أن يقال حيث أن ثمن الأردب الواحد من المباع هو عين الثمن الذي صار المشتري به فإذا قسمنا مبلغ ١٩٣٠٤ على ٢٥٤ لتحصلنا على ثمن الأردب الواحد وهو ٧٦ غرشا ثم إذا قسمنا أيضاً مبلغ ٩٥٠٠ غرشا على ٧٦ لتحصلنا على عدد ١٢٥ وهو عدد الأردب المباعة

(مسائل يطلب حلها)

(١) قد صرف مبلغ ٦٠٠ غرش على ثلاثة فعلة بحيث أن الثاني منهم أخذ ٤٥ غرشا وزيادة عما أخذه الأول وأن الثالث أخذ ٦٠ غرشا زيادة عما أخذه الثاني والمطلوب معرفة مقدار ما أخذه كل واحد منهم

الجواب الأول أخذ ١٥٠ غرشا والثاني أخذ ١٩٥ غرشا والثالث ٢٥٥ غرشا

(٢) يشتغل ثلاثة من العمالة معاً في شغلة ما بأجرة يومية قدرها ١٥ غرشا للعامل الأول و ١٢ غرشا للعامل الثاني و ٨ غرشا للعامل الثالث والمطلوب معرفة عدد الأيام التي يجب أن يشتغلها هؤلاء العمالة معاً حتى يتحصلوا على أجرة قدرها ٣٧٥ غرشا ومقدار ما يخص كل عامل منهم من الأجرة

الجواب عدد الأيام هو ١٢٥ يوماً ويخص الأول من الأجرة ١٨٧٥ غرشا ويخص الثاني منها ١٥٠٠ غرش ويخص الثالث ١٠٠٠ غرش

(٣) قسم رجل مبلغ ٥٤٥ غرشا على أولاده الأربعة بحيث أنه أعطى الثاني منهم ٣٠ غرشا وزيادة عما أعطاه الأول وأعطى الثالث ٤ غرشا وزيادة عما أعطاه الثاني وأعطى الرابع ٥٥ غرشا وزيادة عما أعطاه الثالث والمطلوب معرفة مقدار ما أعطاه لكل واحد من أولاده

فالجواب الأول أخذ ٧٥ غرشا والثاني أخذ ١٠٥ غرش والثالث أخذ ١٤٥ غرش والرابع أخذ ٢٠٠ غرش

الباب الثاني

(في الخواص المتعلقة بقواسم الاعداد ومضاعفاتها والقاسم المشترك الاعظم والاعداد الاولية والبحث عن قواسم أى عدد كان)

الفصل الاول

(في خواص قواسم أى عدد ومضاعفاته)

(٧٩) كل عدد يقسم عددا آخر بدون باق يسمى قاسم له أو أحد مضاربه كما يقال للعدد الآخر مضاعفا للاول وحينئذ فيقال لعدد ٣ الذي يقسم عدد ١٢ بدون باق قاسم له ويقال لعدد ١٢ مضاعفا لعدد ٣

(٨٠) كل عدد يقسم عددين أو جملة أعداد بدون باق يقسم مجموعها كذلك

وذلك لانهما كان كل واحد من الاعداد المذكورة مساويا للقاسم عدة مرات كان مجموعها كذلك فإذا قسم عدد ٥ مثلا كل واحد من الاعداد ١٥ و ٢٠ و ٢٥ فانه يقسم مجموعها ٦٠ لانه ينتج من هذه المتساويات $١٥ = ٥ \times ٣$ و $٢٠ = ٥ \times ٤$ و $٢٥ = ٥ \times ٥$ ان مجموع هذه الاعداد $١٥ + ٢٠ + ٢٥$ أو ٦٠ مؤلف من تكرار القاسم ٥ ٣ مرات + ٤ مرات + ٥ مرات أى مؤلف من القاسم ٥ المذكور ١٢ مرة

نتيجة كل عدد يقسم عددا آخر فانه يقسم مضاعفاته لانهما كان كل واحد من المضاعفات يدل على مجموع جملة أعداد كل منها مساو للعدد المذكور كان مجموعها أو المضاعف المذكور يقبل القسمة ضرورة على هذا القاسم

فإذا قسم عدد ٣ العدد ١٢ مثلا كان قاسما لمضاعفاته ٢٤ و ٣٦ و ٤٨ وهكذا لان عدد $٢٤ = ١٢ + ١٢$ و $٣٦ = ١٢ + ١٢ + ١٢$ و $٤٨ = ١٢ + ١٢ + ١٢ + ١٢$ وهو المراد

(٨١) كل عدد يقسم عددين يقسم الفرق بينهما لانهما كان كل واحد من العددين مساويا للقاسم عدة مرات كان باقى طرحهما كذلك

فإذا قسم عدد ٣ مثلا كل واحد من العددين ٢٤ و ٣٦ كان قاسما لهما ١٢ لأنه ينتج من المتساويتين $٣ \times ١٢ = ٣٦$ و $٣ \times ٨ = ٢٤$ أن الفرق $٣٦ - ٢٤$ أو ١٢ مساويا للفرق بين ١٢ مرة القاسم وبين ٨ مرات القاسم أو مساويا إلى ٤ مرات القاسم وينتج من ذلك

- أولا - إذا قسم عدد مجموع عددين وأحدهما فإنه يقسم الثاني
 ثانيا - إذا قسم عدد مجموع عددين ولم يقسم أحدهما فإنه لم يقسم الثاني لأنه لو قسم الثاني لكان قاسما للأول ضرورة وهو مغاير للفرض
 ثالثا - إذا قسم عدداً أحد جزئي مجموع ولم يقسم الثاني فلا يقسم المجموع لأنه لو قسم المجموع لكان قاسما للجزء الثاني وهو مغاير للفرض
 (٨٢) كل عدد لا يقبل القسمة على عدداً أكبر من نصفه لأن خارج قسمة أي عدد على نصفه هو ٢ فلو زاد العدد عن النصف فلا يكون خارج القسمة عدداً صحيحاً

الفصل الثاني

(في قابلية قسمة الأعداد على ٢ و ٥ و ٤ و ٩ و ٣ و ٦ و ١١ و ٧)

(٨٣) العدد يقبل القسمة على ٢ إذا كان رقم آحاده صفراً أو أحد الأرقام الزوجية ٢ و ٤ و ٦ و ٨ مثل عددي ٣٥٠ و ٧٨

برهان الأول نقول حيث أن عدد ٣٥٠ يمكن تحليله إلى المضروبين ١٠ و ٣٥ فيكون مساوياً إلى ١٠×٣٥ وحيث أن عدد $١٠ = ٢ \times ٥$ يكون

$$٣٥ \times ٥ \times ٢ = ٣٥٠$$

وحيث كان عدد ٢ قاسماً لنفسه ضرورة فيكون قاسماً للمضاعفات منها $٣٥ \times ٥ \times ٢$

برهان الثاني حيث أن $٧٨ = ٧٠ + ٨$ وكان الجزء الأول زوجياً يقبل القسمة على ٢ وجزؤه الثاني منته بصفر يقبل القسمة على ٢ أيضاً فيكون المجموع ٧٨ قابلاً للقسمة على ٢

(٨٤) وبمثل ما ذكرنا برهن على أن العدد الذي يكون رقم آحاده صفراً أو عدد ٥ يكون قابلاً للقسمة على ٥

(٨٥) العدد يكون قابلاً للقسمة على ٤ إذا كان العدد المدلول عليه برقى أحاده وعشراته صفرين أو يقبل القسمة على ٤ مثل ٤٣٠٠ و ٥٤٨

برهان الأول نقول حيث أن عدد $٤٣٠٠ = ٤٣ \times ١٠٠$ أو يساوى $٤٣ \times ٢٥ \times ٤$ وكان عدد ٤ قاسماً لنفسه فيقسم مضاعفاته ومنها $٤٣ \times ٢٥ \times ٤$

برهان الثانى نقول حيث أن عدد $٥٤٨ = ٤٨ \times ١١ \frac{١}{٢}$ وكان عدد ٤ يقسم ٤٨ فرضاً ويقسم ١١ بناء على القسم الأول من هذه الخاصية فيقسم مجموعهما ٥٤٨

(٨٦) تنبيه حيث أن $١٠٠ = ٢ \times ٥ \times ١٠$ و $١٠٠٠ = ٢ \times ٥ \times ١٠٠$ و $١٠٠٠٠ = ٢ \times ٥ \times ١٠٠٠$ والخ فإنه قياساً على ما تقدم فى النمطين السابقين يمكن أن نبرهن على الخواص الآتية

أولاً - العدد يكون قابلاً للقسمة على ٢ أو ٨ إذا كان منتهياً من جهة اليمين بثلاثة أصفار أو بعدد مركب من ثلاثة أرقام يقبل القسمة على ٨

ثانياً - العدد يكون قابلاً للقسمة على ٥ أو ٢٥ إذا كان منتهياً من جهة اليمين بصفرين أو بعدد مركب من رقمين يقبل القسمة على ٢٥

ثالثاً - العدد يكون قابلاً للقسمة على ٥ أو ١٢٥ إذا كان منتهياً من جهة اليمين بثلاثة أصفار أو بعدد مركب من ثلاثة أرقام يقبل القسمة على ١٢٥

رابعاً - العدد يكون قابلاً للقسمة على ٢ أو ١٦ إذا كان منتهياً من جهة اليمين بأربع أصفار أو بعدد مركب من أربعة أرقام يقبل القسمة على ١٦

خامساً - العدد يكون قابلاً للقسمة على ٤ أو ٦٢٥ إذا كان منتهياً من جهة اليمين بأربع أصفار أو بعدد مركب من أربعة أرقام يقبل القسمة على ٦٢٥

ملحوظة ينضح عما ذكره ٨٣ و ٨٤ و ٨٥ و ٨٦ أن باقى قسمة أى عدد على ٢ أو على ٥ هو عين باقى قسمة رقم أحاده على ٢ أو على ٥ وأن باقى قسمة أى عدد على ٤ أو على ٢٥ هو عين باقى قسمة العدد المكوّن من رقى أحاده وعشراته على ٤ أو على ٢٥ وأن باقى قسمة أى عدد على ٨ أو على ١٢٥ هو عين باقى قسمة العدد المكوّن من أرقامه الثلاثة الأولى على ٨ أو على ١٢٥ وهكذا

(٨٧) العدد يكون قابلاً للقسمة على ٩ إذا كان مجموع أرقامه باعتبارها أحاداً بسيطة يقبل القسمة على ٩

فعدد ٢٤٥٤٦٨٧ الذي مجموع أرقامه باعتبارها آحاد بسيطة ٣٦ يقبل القسمة على ٩ والبرهنة على هذه الخاصية متوقفة على الأمور الثلاثة الآتية

(الامر الاول) أى واحد متبوع بصفر أو بعدة أصفار يساوى مكرر ٩ زائدا واحدا وذلك لاننا لو كتبنا عددا من وحدات قل عددها أكثر ثم ضربناه فى ٩ لكان الناتج مكررا لعدد ٩ وهو مركب من عددين التسعات وإذا أضفنا اليه واحدا تحصل من المجموع واحد متبوع بأصفار

مثاله $111 \times 9 = 999$ و $999 + 1 = 1000$ وقس على ذلك

(الامر الثانى) أى رقم متبوع بصفر أو بعدة أصفار يساوى مكرر ٩ زائدا هذا الرقم أعنى أن ٥ مثلا يساوى مكرر ٩ + ٥

وذلك لان عدد ٥ ناتج من ضرب 10×٥ وحيث ان $10 =$ مكرر ٩ + ١ (كافى الامر الاول) فاذا ضرب عدد ١٠ فى ٥ لزم ضرب كل جزء من جزئيه فى ٥ واذن يكون 10×٥ أو $٥ \times ٥ = ٥ \times$ مكرر ٩ + ٥ = مكرر ٩ + ٥ وقس على ذلك

(الامر الثالث) أى عدد يكون مساويا لمكرر ٩ زائدا مجموع أرقامه المعنوية

مثاله عدد ٢٤٥٤٦٨٧ = مكرر ٩ + (٧ + ٨ + ٦ + ٤ + ٥ + ٤ + ٢) وذلك لاننا اذا لاحظنا من جهة أن كل واحد من الاعداد التسعة البسيطة يساوى $٩ \times$ زائد الرقم الدال عليه ومن جهة أخرى ما تقر فى الامرين الاولين فاننا نكون الجدول الآتى

$$٧ + ٩ \text{ مكرر} = ٧ + ٩ \times ٠ = ٧$$

$$٨ + ٩ \text{ مكرر} = ٨ + ٩ \times ٨ = ٨٠$$

$$٦ + ٩ \text{ مكرر} = ٦ + ٩ \times ٦٦ = ٦٠٠$$

$$٤ + ٩ \text{ مكرر} = ٤ + ٩ \times ٤٤٤ = ٤٠٠٠$$

$$٥ + ٩ \text{ مكرر} = ٥ + ٩ \times ٥٥٥٥ = ٥٠٠٠٠$$

$$٤ + ٩ \text{ مكرر} = ٤ + ٩ \times ٤٤٤٤٤ = ٤٠٠٠٠٠$$

$$٢ + ٩ \text{ مكرر} = ٢ + ٩ \times ٢٢٢٢٢٢ = ٢٠٠٠٠٠٠$$

ثم اذا أجرينا عملية الجمع نجد أن

$$٢٤٥٤٦٨٧ = \text{مكرر ٩} + (٧ + ٨ + ٦ + ٤ + ٥ + ٤ + ٢)$$

اذا تقرر هذا نقول حيث ان عدد ٢٤٥٤٦٨٧ مركب من جزأين أحدهما مكرر ٩

يقبل القسمة على ٩ فلا يكون العدد المذكور قابلا للقسمة على ٩ الا اذا كان جزؤه الثانى

(٧ + ٨ + ٦ + ٤ + ٥ + ٤ + ٢) كذلك أعني إذا كان مجموع الأرقام المعنوية للعدد المفروض قابلا للقسمة على ٩ يكون العدد المفروض كذلك

(٨٨) تنبيهه يؤخذ من البرهان المتقدم أن باقي قسمة العدد المفروض على ٩ هو عين باقي قسمة مجموع أرقامه المعنوية على ٩

(٨٩) ويبرهن بمثل ما ذكر على أن العدد يكون قابلا للقسمة على ٣ إذا كان مجموع أرقامه المعنوية باعتبارها آحادا بسيطة يقبل القسمة على ٣

(٩٠) العدد يقبل القسمة على ٦ إذا كان زوجيا ويقبل القسمة على ٣

مثاله عدد ٣٤٢ الزوجي والذي مجموع أرقامه ٩ فانه يقبل القسمة على ٦

والبرهنة على ذلك نقول اذا قسم عدد ٣٤٢ المفروض على ٣ فانه يجب أن يتحصل في خارج القسمة عدد زوجي لانه لو تحصل عدد فردي وضرب في العدد الفردي ٣ فانه لا يتحصل من حاصل الضرب الا عدد فردي مع أن حاصل الضرب يجب أن يكون نفس العدد الزوجي المفروض ٣٤٢ واذن فلا بد وأن يتحصل في خارج القسمة عدد زوجي وهذا الخارج هو ١١٤ فاذا قسم على ٢ تحصل ٥٧ ثم اذا ضرب هذا الناتج الاخير على التوالي في ٢ ثم في ٣ أو ضرب دفعة واحدة في ٦ فاننا نتوصل الى العدد المفروض ٣٤٢ واذن فهو يقبل القسمة على ٦ لانها أجده مضاربه

(٩١) العدد يقبل القسمة على ١١ اذا كان باقي طرح مجموع أرقامه الزوجية الرتبة من مجموع أرقامه الفردية الرتبة صفرا أو ١١ أو مكررا ١١

فاذا فرض العدد ٥٩٨٢٩ وجعنا أرقامه الفردية الرتبة ٩ + ٨ + ٥ = ٢٢ ثم جعنا أرقامه الزوجية الرتبة ٢ + ٩ = ١١ ثم طرحنا المجموع الثاني من الاول هكذا ٢٢ - ١١ = ١١ ووجدنا أن باقي الطرح ١١ أو مكررا ١١ كان العدد المفروض قابلا للقسمة على ١١ وحيث ان الباقي هنا هو ١١ فيكون العدد المفروض قابلا للقسمة على ١١ والبرهنة على هذه الخاصية متوقفة على الامور الثلاثة الآتية

(الامر الاول) من المعلوم أننا لو قسمنا الواحد المتبوع بأصفار زوجية (بمعنى أن يكون فردي الرتبة) على ١١ فان باقي القسمة يكون دائما مساويا للواحد أي أنه يساوي لمكرر ١١ زائدا واحدا وإذا قسمنا الواحد المتبوع بأصفار فردية (بمعنى أن يكون زوجي الرتبة) على ١١ فان باقي القسمة يكون دائما مساويا ١٠ أي أنه يساوي لمكرر ١١ ناقصا واحدا كما ترى

احاد زوجية الرتبة	احاد فردية الرتبة
$1 - 11 \times 1 = 10$	$1 + 11 \times 0 = 1$
$1 - 11 \times 91 = 1000$	$1 + 11 \times 9 = 100$
$1 - 11 \times 9091 = 100000$	$1 + 11 \times 909 = 10000$
$1 - 11 \times 909091 = 10000000$	$1 + 11 \times 90909 = 1000000$ وهكذا

(الامر الثاني) أى رقم متبوع بأصفار فردية (أى زوجى الرتبة) يساوى لمكرر ١١ زائدا
رقمه المعنوى وأى رقم متبوع بأصفار زوجية (أى فردى الرتبة) يساوى لمكرر ١١ ناقصا
رقمه المعنوى

$$\text{مثاله } 0000 + \text{مكرر } 11 = 000090 = \text{مكرر } 11 - 0$$

وذلك لان عدد 0000 ناتج من ضرب 1000 فى 0 وحيث ان 1000 = مكرر
١١ + ١ يكون 0000 أو 0000 = 0 × 1000 = 0 × مكرر ١١ + 0 × 1 = مكرر
١١ + 0

ولان عدد 0000 ناتج من ضرب 0 × 1000 وحيث ان 1000 = مكرر ١١ - ١
يكون 0000 أو 0000 = 0 × 1000 = 0 × مكرر ١١ - 1 × 0 = مكرر ١١ - 0
وقس على ذلك الباقي

(الامر الثالث) أى عدد يساوى لمكرر ١١ زائدا الفرق بين مجموع أرقامه الفردية الرتبة
وبين مجموع أرقامه الزوجية الرتبة

$$\text{أى أن عدد } 09829 = \text{مكرر } 11 + (9 + 8 + 0) - (2 + 9) \\ \text{وذلك لانا للاحظنا ما تقر في الامرين السابقين فانا نكون الجدول الاتي}$$

$$\begin{aligned} 9 + 11 \text{ مكرر} &= 9 + 11 \times 0 = 9 \\ 2 - 11 \text{ مكرر} &= 2 - 11 \times 1 = 2 \\ 8 + 11 \text{ مكرر} &= 8 + 11 \times 72 = 800 \\ 9 - 11 \text{ مكرر} &= 9 - 11 \times 819 = 9000 \\ 0 + 11 \text{ مكرر} &= 0 + 11 \times 4040 = 00000 \end{aligned}$$

وباجراء الجمع يحدث

$09829 = \text{مكرر } 11 + (9 + 8 + 0) - (2 + 9) + 11 = (11 - 22) + 11$
اذا تقررهذا نقول حيث ان المجموع 09829 يتركب من جزأين أحدهما مكرر ١١ يقبل
القسمة على ١١ فلا يكون المجموع المذكور قابلا للقسمة على ١١ الا اذا كان جزؤه الثاني

(٢٢ - ١١) كذلك أعني إذا كان باقى طرح مجموع الأرقام الزوجية الرتبة للعدد المفروض من مجموع الأرقام الفردية الرتبة له صفراً أو ١١ أو مكرر ١١ كان العدد المفروض يقبل القسمة على ١١

(٩٢) تنبيهه يؤخذ من هذا البرهان أن باقى قسمة أى عدد على ١١ هو عين باقى قسمة الفرق الكائنين مجموع أرقامه الفردية الرتبة وبين مجموع أرقامه الزوجية الرتبة باعتبار دلالتها على آحاد بسيطة على ١١

(٩٣) قد يظهر أحياناً عند البحث عن باقى قسمة عدد مفروض على ١١ أن مجموع الأرقام المعنوية الزوجية الرتبة أكبر من مجموع الأرقام المعنوية الفردية الرتبة وبذلك لا يتأتى الطرح غير أنه فى مثل هذه الحالة تجرى العمل كما سيأتى

فإذا فرض مثلاً أن المطلوب معرفة باقى قسمة العدد ٢٩٤٦١ على ١١ نقول

من المعلوم أن عدد ٢٩٤٦١ = مكرر ١١ + (٧ - ١٥) وحيث أنه لا يمكن طرح ١٥ من ٧ فتستعير من مكرر ١١ عدد ١١ مرة أو عدة مرات ونضمه إلى المطروح منه ٧ حتى يتأتى الطرح وحيث أن الأمر لا يحتاج هنا إلا إلى استعارة عدد ١١ مرة واحدة فقط أمكن وضع العدد المفروض على هذه الصورة

$$٢٩٤٦١ = \text{مكرر } ١١ + ١١ + ٧ - ١٥ = \text{مكرر } ١١ + ١٨ - ١٥ = ٣ + \text{مكرر } ١١$$

(٩٤) ولنبحث الآن عن الطريقة التى يعرف بها قابلية قسمة أى عدد على ٧ فنقول

إذا جربنا قسمة آحاد الرتب المختلفة على ٧ فإننا نكون الجدول الآتى

$١ + ٧ \times ٠$	=	١
$٣ + ٧ \times ١$	=	١٠
$٢ + ٧ \times ١٤$	=	١٠٠
$٦ + ٧ \times ١٤٢$	=	١٠٠٠
$٤ + ٧ \times ١٤٢٨$	=	١٠٠٠٠
$٥ + ٧ \times ١٤٢٨٥$	=	١٠٠٠٠٠
$١ + ٧ \times ١٤٢٨٥٧$	=	١٠٠٠٠٠٠
$٣ + ٧ \times ١٤٢٨٥٧١$	=	١٠٠٠٠٠٠٠
$٢ + ٧ \times ١٤٢٨٥٧١٤$	=	١٠٠٠٠٠٠٠٠
$٦ + ٧ \times ١٤٢٨٥٧١٤٢$	=	١٠٠٠٠٠٠٠٠٠

و هكذا :

فأذا لم تعتبر من هذا الجدول الاوحدات أوائل الفصول الثلاثة المختلفة وهى الآحاد والالوف والمليون والبلليون وهكذا نشاهد أن

$$\begin{array}{rcl}
 1 & \text{أو آحاد الفصل الاول} & = 1 + 7 \times 0 \\
 1000 & \text{أو آحاد فصل الالوف} & = \text{مكرر } 7 + 1 \text{ أو } = \text{مكرر } 7 - 1 \\
 1000000 & \text{أو آحاد فصل المليون} & = \text{مكرر } 7 + 1 \\
 1000000000 & \text{أو آحاد فصل البلليون} & = \text{مكرر } 7 + 1 \text{ أو } = \text{مكرر } 7 - 1
 \end{array}$$

: وهكذا

أعنى أن واحداً الفصل الثلاثى الفردى الرتبة (بمعنى أنه يكون مسبوقاً بفصول عددها زوجى) يساوى مكرر $7 + 1$ وأن واحداً الفصل الثلاثى الزوجى الرتبة (بمعنى أنه يكون مسبوقاً بفصول عددها فردى) يساوى مكرر $7 - 1$

إذا تقرر هذا وفرض العدد $387\ 934\ 967\ 839$ ثم قسم الى فصول ثلاثية بالابتداء من جهة اليمين وضربت المتساوية الاولى من الجدول الثانى فى عدد 839 وهو فصل الآحاد من العدد المفروض وضربت المتساوية الثانية من الجدول المذكور فى عدد 967 وهو فصل الالوف وضربت المتساوية الثالثة فى فصل المليون وهو 934 وضربت المتساوية الرابعة فى فصل البلليون وهو 387 ثم أجرى جمع النواتج حدث

$$\begin{array}{rcl}
 1 \times 839 & \text{أو } 839 & = 839 + \text{مكرر } 7 = 839 \\
 1000 \times 967 & \text{أو } 967000 & = \text{مكرر } 7 + 967 \times 1 = 967 - \text{مكرر } 7 = 967 \\
 1000000 \times 934 & \text{أو } 934000000 & = \text{مكرر } 7 + 934 = 934 + \text{مكرر } 7 = 934 \\
 1000000000 \times 387 & \text{أو } 387000000000 & = \text{مكرر } 7 + 387 \times 1 = 387 - \text{مكرر } 7 = 387
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{ويكون} & & 387934967839 = \text{مكرر } 7 + (934 + 839) - (387 + 967) \\
 \text{أو } 387\ 934\ 967\ 839 & = & \text{مكرر } 7 + 1773 - 1304 = \text{مكرر } 7 + 419
 \end{array}$$

وهى متساوية يؤخذ منها

أولاً - ان العدد يكون قابلاً للقسمة على 7 اذا كان باقى طرح مجموع المقادير المطلقة لاعداد الفصول الفردية الرتبة (باعتبار أن أعداد كل فصل قائمة بنفسها وحافطة لهيئة الفصل) من مجموع المقادير المطلقة لاعداد الفصول الزوجية الرتبة صفراً أو 7 أو مكرر 7

ثانياً - ان باقى قسمة أى عدد على 7 هو عين باقى قسمة الفرق المذكور على 7

(٩٥) ثم ان الفرق المذكور بالمرّة السابقة يكون اماً رقماً واحداً أو رقيقاً أو ثلاثة أو أكثر من ذلك وحيث ان قابلية قسمة أى عدد مركب من رقمين أو رقيقين على 7 أو باقى قسمته عليه

يعلم بمجرد النظر اليه وجب اذن اختبار الحالة التي يكون فيها مركب من ثلاثة أرقام فأكثر فنقول من المعلوم أنه اذا تركب الفرق من أكثر من ثلاثة أرقام لزم اذن إعادة العملية السابقة فاذا حصلنا من عملية ما على فرق قدره ١٤٣٥٢ نقول حيث ان

$$٣٥٢ = \text{مكرر } ٧ + ٣٥٢$$

$$١٤٠٠٠ = \text{مكرر } ٧ - ١٤$$

$$\text{يكون } ١٤٣٥٢ = \text{مكرر } ٧ + ٣٥٢ - ١٤$$

أعني أن الامر في ذلك يؤول الى طرح المقدار المطلق للعدد المبين لفصل الالوف من المقدار المطلق للعدد المبين لفصل الاحاد

واذن فلم يبق علينا سوى اختبار حالة العدد المركب من ثلاثة أرقام فنقول حيث ان الفرق الذي ظهر في المثال السابق (مرة ٩٤) كان ١٩٤ فبناء على ما سبق في الجدول الاول من المرة المذكورة يحدث

$$١ \times ٩ \quad \text{أو} \quad ٩ = \text{مكرر } ٧ + ١ \times ٩ = \text{مكرر } ٧ + ٩$$

$$١٠ \times ١ \quad \text{أو} \quad ١٠ = \text{مكرر } ٧ + ٣ \times ١ = \text{مكرر } ٧ + ٣$$

$$١٠٠ \times ٤ \quad \text{أو} \quad ٤٠٠ = \text{مكرر } ٧ + ٢ \times ٤ = \text{مكرر } ٧ + ٨$$

$$\text{أو} \quad ٤١٩ = \text{مكرر } ٧ + ٩ + ٣ + ٨ = \text{مكرر } ٧ + ٢٠ = \text{مكرر } ٧ + ٢ \times ١٠$$

$$\text{أو} \quad ٤١٩ = \text{مكرر } ٧ + ٦$$

أعني أنه لمعرفة قابلية قسمة أي عدد مركب من ثلاثة أرقام على ٧ أو لمعرفة باقي قسمته على ٧ يضرب رقم احاده في واحد ورقم عشراته باعتبارها احاداً بسيطة في ٣ ورقم مئاته باعتبارها احاداً بسيطة أيضاً في ٢ ثم تجمع تلك الحواصل الثلاثة على بعضها فان دل مجموعها على مكرر ٧ كان العدد المذكور قابلاً للقسمة على ٧ والا فيكون باقي قسمته على ٧ هو عين باقي قسمة العدد المذكور على ٧

(في عمل ميزان الضرب والقسمة بواسطة ٩ و ١١)

(٩٦) السهولة التي يتوصل بها لمعرفة باقي قسمة أي عدد على ٩ وعلى ١١ أتت بطريقة يتحقق بها من صحة عملية الضرب أو القسمة وهذه الطريقة مؤسسة على القاعدة الآتية

(٩٧) اذا قسم على التوالى عدداً مفروضاً على عدد ثالث وضرب الباقيان المتحصلا من عمليتي القسمة في بعضهما ثم قسم حاصل ضربهما على العدد الثالث المذكور فان باقى

القسمة الذي يتحصل من هذه العملية الأخيرة يكون هو عين باقي القسمة الذي يتحصل من قسمة حاصل ضرب العددين المفروضين على هذا العدد الثالث

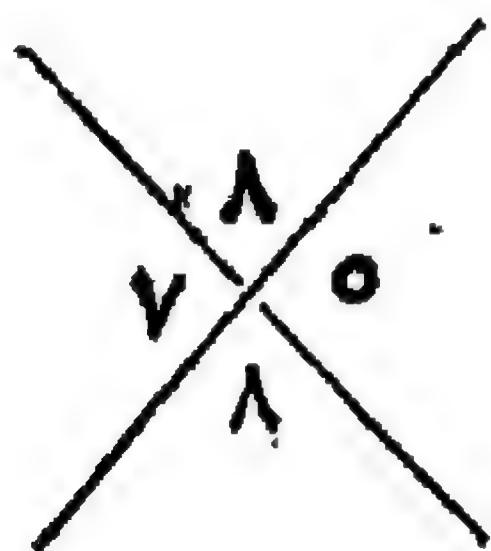
فإذا فرض أن العددين المفروضين هما ٨٦ و ٣٤ وانا قسمناهما على عدد ثالث ٩ ثم ضرب الباقيان ٥ و ٧ المتحصلان من هاتين العمليتين في بعضهما وقسم حاصل ضربهما ٣٥ على ٩ فان باقي القسمة المتحصل من عملية القسمة الأخيرة وهو ٨ هو عين باقي قسمة حاصل ضرب العددين ٨٦ و ٣٤ على ٩ وذلك لانه لما كان

$$٨٦ = \text{مكرر } ٩ + ٥ \quad \text{و} \quad ٣٤ = \text{مكرر } ٩ + ٧$$

فلاجل ضرب ٨٦ في ٣٤ نضرب كل جزء من جزئي أحدهما في جزئي الثاني على التوالي وحينئذ فيتركب حاصل الضرب من أربعة أجزاء وهي مكرر ٩ \times مكرر ٩ ومكرر ٩ \times ٥ و ٧ \times مكرر ٩ و ٧ \times ٥ وحيث ان مجموع هذه الحواصل الأربعة يجب أن يكون مساويا الى حاصل ضرب ٨٦ \times ٣٤ يحدث

$٨٦ \times ٣٤ = \text{مكرر } ٩ \times \text{مكرر } ٩ + \text{مكرر } ٩ \times ٥ + ٧ \times \text{مكرر } ٩ + ٧ \times ٥$
وحيث ان مجموع الأجزاء الثلاثة الأولى يدل على مكرر ٩ فيكون باقي قسمة حاصل ضرب ٨٦ \times ٣٤ على ٩ هو عين باقي قسمة حاصل ضرب ٧ \times ٥ على ٩ ولما كان عدد ٥ هو باقي قسمة ٨٦ على ٩ وعدد ٧ هو باقي قسمة ٣٤ على ٩ فقد ثبتت القاعدة ويحصل مثل ذلك لو كان المقسوم عليه هو ١١

(٩٨) فإذا أريد عمل ميزان الضرب بواسطة ٩ نبحث عن باقي قسمة المضروب على ٩ ثم نبحث عن باقي قسمة المضروب فيه على ٩ ثم نضرب الباقيين المتحصلين في بعضهما ونقسم الناتج على ٩ فلا بد وأن يكون باقي هذه القسمة المتحصل مساويا لباقي قسمة حاصل الضرب الأصلي على ٩ ومن المعتاد وضع البواقي المتحصلة في الزوايا الأربع الحادثة من تقاطع مستقيمين على الصورة الآتية وهو أن يوضع باقيا المضروبين في زاويتين متقابلتين منهم ويوضع الباقي المتحصل من ضرب الباقيين وباقي حاصل الضرب الأصلي في الزاويتين الأخريتين فإذا كان المضروبان هما ٨٦ و ٣٤ أجرى العمل هكذا



$$\begin{array}{r} ٨٦ \\ ٣٤ \\ \hline ٣٤٤ \\ ٢٥٨ \\ \hline ٢٩٢٤ \end{array}$$

(٩٩) تنبيهان الاول من المعلوم أنه اذا لم يتساو الباقيان الاخيران دل ذلك على عدم صحة العملية أما اذا تساويا فإنه لا يجزم بصحة العملية وذلك لان باقى قسمة أى حاصل ضرب أو أى عدد على q لا يتغير اذا حصل فيه أحد هذه الامور

أولا - اذا تغير وضع الارقام أى نقل أيها محل الآخر

ثانيا - اذا حذف من أرقام العدد المذكور رقم q واستعوض بصفر وبالعكس

ثالثا - اذا زاد بعض أرقامه واحدا أو اثنين أو ثلاثة مثلا ونقص رقم آخر عين الوحدات الزائدة فى الرقم الاول

رابعا - اذا زاد مجموع الارقام أو نقص بمقدار q أو أحد مضاعفات q فى كل واحدة من هذه الاحوال يكون الخطأ الواقع q أو مكرر q ولا يزال حاصل الضرب مساويا لمكرر q زائد عين الباقي وان كان يندر وقوع مثل هذه الاحوال

التنبيه الثانى اذا طبقنا قاعدة الميزان المتقدمة على 11 فان الذى يخشى منه هو أن يكون الخطأ الواقع فى حاصل الضرب 11 أو مكرر 11 وحينئذ فلا جرى الميزان بواسطة q و 11 معا فان الخطأ الذى لم يظهره الميزان الاول يظهره الثانى لكنه اذا كان الخطأ الواقع فى الحاصل مساويا $q \times 11 = qq$ أو مضاعفاته فلا يظهر من عمل الميزانين المذكورين لكنه لما كان الوقوع فى مثل هذا نادرا جدا كان الحكم بصحة العملية أقرب

(١٠٠) أما عمل الميزان بواسطة الاعداد 4 و 5 و 8 و 10 . . . فإنه لا يعتد به لان البحث عن باقى قسمة أى عدد مقروض على أى واحد من هذه الاعداد يؤول الى البحث عنه فى الرقين أو الثلاثة الاول من العدد المقروض فلو كان هناك خطأ فى باقى الارقام فان عملية الميزان لم تظهره

(١٠١) أما عمل ميزان القسمة بواسطة q أو 11 أو بهما معا فإنه لا يخالف فى شئ مما لما أجرى فى عمل ميزان الضرب لانك لو طرحت الباقي من المقسوم كان الناتج مساويا لضروبة الحاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة

الفصل الثالث

(في القاسم المشترك الأعظم)

(١٠٢) القاسم المشترك بين عددين أو جملة أعداد هو عدد يقسم هذين العددين أو هذه الأعداد قسمة صحيحة فعدد ٤ يقال له قاسم مشترك بين الأعداد ٨ و ٢٤ و ٣٦

(١٠٣) إذا كان لعددين أو لجملة أعداد قاسم أو عدة قواسم مشتركة فإنه يقال لا كبرها القاسم المشترك الأعظم بين هذين العددين أو هذه الأعداد

فإذا فرض العددين ١٢ و ٢٤ وكانت قواسمهما المشتركة هي ١٢ و ٦ و ٤ و ٣ و ٢ و ١ فإنه يقال لا كبرها ١٢ القاسم المشترك الأعظم بين العددين المفروضين

(١٠٤) كل عددين أو جملة أعداد ليس لهم قاسم مشترك غير الواحد تسمى أعداداً أولية مع بعضها مثل ٨ و ٩ و ١١

(١٠٥) العدد الأولي هو الذي لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى الواحد مثل ١٧ و ١١ و ١٣

(في البحث عن القاسم المشترك الأعظم بين عددين)

(١٠٦) إذا أريد البحث عن القاسم المشترك الأعظم بين عددين مثل ٥٦ و ٢١ نقول من المعلوم أن القاسم المشترك الأعظم المبحوث عنه لا يمكن أن يتجاوز أصغر العددين ٢١ لأنه يقسمه وحينئذ إذا قسم عدد ٢١ العدد ٥٦ كان هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب فنقسم إذن ٥٦ على ٢١ فنرى أن خارج القسمة ٢ والباقي ١٤ وبذلك لا يكون ٢١ هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب غير أننا نقول إن القاسم المشترك الأعظم المطلوب هو عين القاسم المشترك الأعظم بين العددين ٢١ و ١٤ وبيان ذلك نبرهن على أن هذين القاسمين المشتركين الأعظمين لا يمكن أن يكون أحدهما أكبر من الآخر

والوصول إلى ذلك نقول من المعلوم أن

$$٥٦ = ٢١ \times ٢ + ١٤$$

فالقاسم المشترك الأعظم بين ٥٦ و ٢١ يقسم ضرورة ٢١×٢ (٨٠ نتيجة) وحينئذ فيقسم ١٤ (٨١ نتيجة) ولا يمكن أن يكون أكبر من القاسم المشترك الأعظم بين ٢١ و ١٤ كما لا يخفى وكذلك حيث إن القاسم المشترك الأعظم بين ٢١ و ١٤ يقسم ٢١×٢ ضرورة فيقسم حينئذ المجموع ٥٦ ولا يمكن أن يكون أيضاً أكبر من القاسم المشترك الأعظم

بين ٥٦ و ٢١ وحيث قد ثبت أولاً أن القاسم المشترك الأعظم بين ٥٦ و ٢١ ليس أكبر من القاسم المشترك الأعظم بين ٢١ و ١٤. وثانياً أن القاسم المشترك الأعظم بين ٢١ و ١٤ ليس أكبر من القاسم المشترك الأعظم بين ٥٦ و ٢١ فيكون إذن متساويين. وحيث قد آل الأمر إلى البحث عن القاسم المشترك الأعظم بين ٢١ و ١٤ وبإجراء أعمال مشابهة للسابقة يعلم أن خارج قسمة ٢١ على ١٤ هو ١ والباقي هو ٧ وبإعادة البراهين السابقة نرى أن القاسم المشترك الأعظم بين ٢١ و ١٤ هو عين القاسم المشترك الأعظم بين ١٤ و ٧ وحيث أن عدد ٧ يقسم ١٤ بدون باق فيكون هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب ويوضع العمل هكذا

٢	١	٢	
٥٦	٢١	١٤	٧
٤٢	١٤	١٤	
١٤	٠٧	٠٠	

ومما كرتنتج هذه القاعدة العامة

(١٠٧) لايجاد القاسم المشترك الأعظم بين عددين نقسم أكبرهما على الأصغر فان قسمه بدون باق كان هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب والا فتقسم الأصغر على الباقي الاول فان قسمه بدون باق كان الباقي الاول هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب والا فتقسم الباقي الاول على الباقي الثاني والثاني على الثالث وهكذا حتى نصل الى باق يقسم الباقي المتقدم عليه فيكون هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب

(١٠٨) تنبيهات الاول ان عملية القاسم المشترك الأعظم تنتهي دائماً وذلك لان البواقي التي تتوالى فيها تأخذ دائماً في التناقص ويمكن أن يكون الباقي الاخير واحداً وفي هذه الحالة يكون العددان المفروضان أوليين معاً لان قاسمهما المشترك الأعظم أو قاسمهما الوحيد هو الوحدة وهذا ناتج بمبدأ كرسنر ١٠٤

التنبيه الثاني اذا توصلنا في أثناء اجراء العملية الى باقين متواليين أوليين معاً فلا يكون هناك فائدة في اتمام العملية للتحقق من أن الباقي الاخير فيها الابتدأ أن يكون هو الوحدة وكذا توصلنا الى باق أولى وكان لا يقسم الباقي المتقدم عليه أما اذا قسمه فيكون هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب

ولتوضيح ما ذكره نجزى العمل على الامثلة الثلاثة الآتية وهي البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددي ٧٩ و ٣٥ وبين عددي ٢٢١ و ١٦٩ وبين عددي ٤٢٩ و ١١٦

٢	١	٣		٤	٣	١		٣	٢	
٣٥	٨١	١١٦	٤٢٩	١٣	٥٢	١٦٩	٢٢١	٩	٣٥	٧٩
	٧٠	٨١	٣٤٨		٥٢	١٥٦	١٦٩		٢٧	٧٠
	١١	٣٥	٨١		٠٠	١٣	٥٢		٨	٩

ففي المثال الاول قد تحصل من عملية القسمة الاولى الباقي ٩ وتحصل من عملية القسمة الثانية الباقي ٨ وهما أوليان معا فلذا لا ينبغي اتمام العملية للتحقق من كون العددين المقروضين أوليين معا وفي المثال الثاني وان كنا قد توصلنا بعد عملية القسمة الثانية الى العدد الاولي ١٣ لكنه مع ذلك قاسم للباقي المتقدم عليه فلذا قد أتمنا عملية القسمة الثالثة وفي المثال الثالث حيث قد توصلنا من عملية القسمة الثالثة الى الباقي ١١ وهو اولى ولا يقسم الباقي المتقدم عليه ٣٥ فلذا قد أضربنا عن اتمام العملية

(١٠٩) كل عدد يقسم عددين فانه يقسم قاسمهما المشترك الاعظم وذلك لانه قد ثبت من البرهنة على القاسم المشترك الاعظم أن القاسم المشترك الاعظم بين باقين متوالين هو عين القاسم المشترك الاعظم بين العددين المقروضين وأن القاسم المشترك الاعظم بينهما ما هو الا أحد البواقي نتج اذن أن كل عدد يقسم عددين فانه يقسم قاسمهما المشترك الاعظم

(١١٠) اذا ضرب أو قسم عددان على عدد ثالث فان قاسمهما المشترك الاعظم يضرب أو يقسم على هذا العدد وذلك لانه اذا ضرب العددان ٥٦ و ٢١ مثلاً في عدد ما أو قسمهما عليه فان باقى قسمتهما ١٤ يضرب أو يقسم على هذا العدد (٧٤) وكذا اذا ضرب كل واحد من عددي ٢١ و ١٤ في عدد ٥ أو قسمهما عليه فان ذلك يستلزم ضرب باقى قسمتهما ٧ في عدد ٥ أو قسمته عليه وهكذا وحيث ان القاسم المشترك الاعظم بين العددين المقروضين ما هو الا أحد هذه البواقي فقد ثبتت الخاصية

(١١١) اذا قسم عددان على قاسمهما المشترك الاعظم كان خارجا القسمة عددين أوليين معا وذلك لانه اذا قسم العددان ٥٦ و ٢١ على قاسمهما المشترك الاعظم ٧ كان القاسم المشترك الاعظم بين العددين الناتجين هو ٧ : ٧ = ١ (١١٠) وبذلك يكونان أوليين معا

(١١٢) كل عدد يقسم حاصل ضرب عاملين وكان أوليّا مع أحدهما فإنه لا بد وأن يقسم العامل الثاني فإذا قسم عدد ٨ الحاصل ١٥×٢٤ وكان أوليّا مع أحد المضروبين ١٥ فإنه لا بد وأن يقسم المضروب الثاني ٢٤

وذلك لأنه حيث كان العددان ٨ و ١٥ أوليين معاً فيكون قاسمهما المشترك الأعظم هو الواحد ثم إذا ضرب العددان ٨ و ١٥ في ٢٤ فإن قاسمهما المشترك الأعظم يضرب في ٢٤ أيضاً (١١٠) وحيث أن عدد ٨ يقسم ١٥×٢٤ فرضاً ويقسم ٢٤×٨ لأنه أحد مضاربيه فيقسم قاسمهما المشترك الأعظم ٢٤ (١٠٩)

(١١٣) كل عدد يقبل القسمة على جملة أعداد أولية معاً كل على انفراده فإنه يقبل القسمة على حاصل ضربها

فإذا كان عدد ٤٢٠ يقبل القسمة على كل واحد من الأعداد الأولية معاً ٣ و ٤ و ٥ كل على انفراده فإنه يقبل القسمة على حاصل ضربها $٦٠ = ٥ \times ٤ \times ٣$

وذلك لأنه إذا قسم عدد ٤٢٠ على ٣ نحصل $٤٢٠ = ١٤٠ \times ٣$ وحيث كان عدد ٤ يقسم الحاصل ٤٢٠ أو ١٤٠×٣ فرضاً وكان أوليّا مع أحد المضروبين ٣ فرضاً أيضاً فإنه يقسم المضروب الثاني ١٤٠ (١١٢) ويقسمه عليه يحدث $١٤٠ = ٣٥ \times ٤$ وحيث أيضاً أن عدد ٥ يقسم الحاصل ٤٢٠ أو ١٤٠×٣ فرضاً وكان أوليّا مع أحد المضروبين ٣ فإنه لا بد وأن يقسم المضروب الثاني ١٤٠ أو ٣٥×٤ وحيث أنه أولى مع أحد المضروبين ٤ فإنه لا بد وأن يقسم المضروب الثاني ٣٥ ويقسمته يحدث $٣٥ = ٧ \times ٥$ وحيث يكون

$$٤٢٠ = ١٤٠ \times ٣ = ١٤٠ \times ٣ = ٣٥ \times ٤ = ٣٥ \times ٤ = ٧ \times ٥ \text{ أو } ٧ \times ٥ = ٣٥$$

$$٧ \times ٥ \times ٤ \times ٣ = ٤٢٠$$

وبذلك يكون عدد ٤٢٠ قابلاً للقسمة على الحاصل $٦٠ = ٥ \times ٤ \times ٣$ وهو المطلوب

(١١٤) نتيجة وينتج من هذه الخاصية أن كل عدد يقبل القسمة على ٢ و ٣ يقبل القسمة على ٦

وبذا قد ثبت أيضاً ما سبق البرهنة عليه بنرة (٩٠) وكذا كل عدد يقبل القسمة على ٣ و ٧ يقبل القسمة على ٢١ وهكذا

(في البحث عن القاسم المشترك الأعظم بين جلة أعداد)

(١١٥) يمكن أن نستنتج مما ذكر طريقة إيجاد القاسم المشترك الأعظم بين جلة أعداد مفروضة فإذا أريد إيجاد القاسم المشترك الأعظم بين الأعداد ٦٠ و ٤٨ و ٣٠ و ١٥ نبحث أولاً عن القاسم المشترك الأعظم بين العددين ٦٠ و ٤٨ فترى أنه ١٢ ثم نبحث عن القاسم المشترك الأعظم بين عدد ١٢ والعدد الثالث ٣٠ فترى أنه ٦ ثم نبحث عن القاسم المشترك الأعظم بين عدد ٦ والعدد الرابع ١٥ فترى أنه ٣ فنقول إن القاسم المشترك الأعظم الأخير ٣ هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب بين الأعداد المفروضة

والبرهنة على ذلك نقول إن القاسم المشترك الأعظم بين الأعداد المفروضة ٦٠ و ٤٨ و ٣٠ و ١٥ يجب أن يقسم ٦٠ و ٤٨ و ٣٠ و ١٥ فحينئذ فيقسم ضرورة قاسمهما المشترك الأعظم ١٢ (١٠٩) وحيث أنه يقسم ٣٠ فيقسم قاسمهما المشترك الأعظم ٦ وحيث أنه يقسم ١٥ أيضاً فيقسم قاسمهما المشترك الأعظم ٣ ولا يمكن أن يتجاوز عدد ٣ لأنه يقسمه فإذا برهننا الآن على أن عدد ٣ يقسم كل واحد من الأعداد المفروضة فيكون هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب ولذلك نقول حيث إن عدد ٣ هو القاسم المشترك الأعظم بين ١٥ و ٦ فيقسم ٣٠ و ٣٠ مضاعفات عدد ٦ لأن عدد ٦ هو القاسم المشترك الأعظم بينهما وحيث أنه يقسم عدد ١٢ فيقسم مضاعفاته ٤٨ و ٦٠ واذن فيقسم الأعداد الأربعة معا وهي ٦٠ و ٤٨ و ٣٠ و ١٥ فيكون هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب وهو المراد ومما ذكر تستنتج هذه القاعدة العامة

(١١٦) لإيجاد القاسم المشترك الأعظم بين جلة أعداد نبحث عن القاسم المشترك الأعظم بين عددين منهم ثم نبحث بعد ذلك عن القاسم المشترك الأعظم بين هذا القاسم المشترك الأعظم وبين العدد الثالث ثم نبحث أيضاً عن القاسم المشترك الأعظم بين القاسم المشترك الأعظم الثاني وبين العدد الرابع وهكذا ويكون القاسم المشترك الأعظم الأخير هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب

(١١٧) تنبيه . يتدبر في الأعمال استعمال الطريقة المذكورة في إيجاد القاسم المشترك الأعظم بين جلة أعداد مفروضة وذلك لوجود طريقة أخرى أسهل من هذه وأسرع يأتي الكلام عليها قريباً غرة (١٣٩)

الفصل الرابع

(في المضاعف المشترك الأصغر)

(١١٨) المضاعف المشترك لجملة أعداد هو العدد الذي يقبل القسمة على كل واحد منها

فعدد ٧٠ يقال له مضاعف مشترك بين الأعداد ٥ و ٧ و ٣٥

(١١٩) إذا وجد جملة مضاعفات مشتركة لأعداد مفروضة فانه يقال لأصغر هذه المضاعفات

المضاعف المشترك الأصغر لها

فإذا كان كل واحد من الأعداد ٣٥ و ١٤ و ٧٠ مضاعفا مشتركا بين الأعداد ٥ و ٧ و ١٤

فانه يقال لعدد ٧٠ منها انه هو المضاعف المشترك الأصغر لها

(في البحث عن المضاعف المشترك الأصغر بين عددين)

(١٢٠) لايجاد المضاعف الأصغر المشترك بين عددين مفروضين يبحث عن قاسمهما المشترك

الاعظم ويقسم أحد العددين المفروضين عليه ثم يضرب خارج القسمة الناتج في العدد الثاني

فإذا فرض أن المطلوب ايجاد المضاعف الأصغر المشترك بين العددين ٢١٠ و ٥٤ يقسم

أحدهما ٢١٠ مثلاً على القاسم الأعظم المشترك بينهما ٦ ويضرب خارج القسمة ٣٥

في العدد الثاني ٥٤ فيحدث ١٨٩٠

وذلك لأنه إذا قسم كل واحد من العددين المفروضين ٢١٠ و ٥٤ على قاسمهما المشترك الأعظم

٦ كان خارجا القسمة الناتجان أوليين معا (١١١) ويحدث هاتان المتساويتان

$$٢١٠ \div ٦ = ٣٥ \quad و \quad ٥٤ \div ٦ = ٩$$

ثم نقول أولاً حيث أن كل مضاعف مشترك بين العددين ٢١٠ و ٥٤ أو بين الحاصلين

 ٣٥×٦ و ٩×٦ يجب أن يكون قابلاً للقسمة ضرورة على ٦ وأن خارج قسمته على ٦

يجب أن يكون قابلاً للقسمة على كل من العددين الأوليين معا ٣٥ و ٩ كل على حدة فبناء

على ما تقر بنمرة (١١٣) يكون خارج القسمة المذكور قابلاً للقسمة على حاصل ضربيهما أي

على ٣٥×٩ أعني يكون مضاعفاً لهذا الحاصل واذن فكل مضاعف مشترك بين العددين٢١٠ و ٥٤ يكون مضاعفاً أيضاً للحاصل $٣٥ \times ٩ \times ٦$ وثانياً حيث أن كل مضاعف للحاصل $٣٥ \times ٩ \times ٦$ يقبل القسمة ضرورة على كل واحدمن الحاصلين ٣٥×٦ أو ٢١٠ و ٩×٦ أو ٥٤ أعني أنه يكون مضاعفاً مشتركاً بينهما

كانت مضاعفات الحاصل $9 \times 35 \times 7$ هي مضاعفات مشتركة بين العددين ٢١٠ و ٥٤ وحيث أن الحاصل $9 \times 35 \times 7$ هو أصغر مضاعف لنفسه فيكون إذن هو أصغر مضاعف مشترك بين العددين ٢١٠ و ٥٤ غير أن الحاصل $9 \times 35 \times 7 = 9 \times 210 = 1890$ أو $54 = 35 \times$ واذن فقد ثبت المطلوب

(١٢١) نتيجة ومما ذكره ينتج أن كل مضاعف مشترك بين عددين يكون مضاعفا أيضا للمضاعف الأصغر المشترك بينهما

(في البحث عن المضاعف المشترك الأصغر بين جملة أعداد)

(١٢٢) لايجاد المضاعف المشترك الأصغر بين جملة أعداد نبحث عن المضاعف المشترك الأصغر بين عددين منها ثم نبحث عن المضاعف المشترك الأصغر بين هذا المضاعف المشترك الأصغر والعدد الثالث وهكذا ويكون المضاعف المشترك الأصغر الأخير هو المضاعف المشترك الأصغر المطلوب

فإذا أريد إيجاد المضاعف المشترك الأصغر بين الأعداد ٣٦٠ و ٢١٦ و ١٢٦ و ٥٤ نقول إذا اتبعنا ما ذكرناه بالقاعدة نتوصل إلى المضاعف المشترك الأصغر المطلوب وهو ٧٥٦٠ وللبرهنة على ذلك نقول

أولا - حيث أن العدد المبحوث عنه لما كان مضاعفا مشتركا للعددين ٣٦٠ و ٢١٦ فيكون مضاعفا أيضا للمضاعف المشترك الأصغر بين العددين المذكورين وهو 216×5 واذن فهو مضاعف للأعداد الثلاثة 216×5 و ١٢٦ و ٥٤

ثانيا - أن كل مضاعف مشترك لهذه الأعداد الثلاثة يجب أن يكون مضاعفا للأعداد الأربعة المفروضة حيث أن العددين ٣٦٠ و ٢١٦ هما عاملان من عوامل الحاصل 216×5 لان

$$3 \times 360 = 3 \times 72 \times 5 = 216 \times 5$$

واذن فتكون المضاعفات المشتركة للأعداد ٣٦٠ و ٢١٦ و ١٢٦ و ٥٤ هي عين المضاعفات المشتركة للأعداد 216×5 و ١٢٦ و ٥٤ ويكون المضاعف المشترك الأصغر للأعداد الأول هو عين المضاعف المشترك الأصغر للأعداد الأخر

غير أن المضاعف المشترك الأصغر للعددين 216×5 و ١٢٦ هو $7 \times 216 \times 5$ فإذا أعدنا البراهين المتقدمة نتوصل إلى أن المضاعف المشترك الأصغر للأعداد المفروضة يكون مساويا للمضاعف المشترك الأصغر للعددين $5 \times 7 \times 216 \times 5$

ولما كان المضاعف المشترك الأصغر للعددين $7 \times 216 \times 5$ هو $7 \times 216 \times 5$
 $= 7560$ فيكون هو المضاعف المشترك الأصغر المطلوب

(۱۲۳) ومن ذلك نتیج

أولاً - ان كل مضاعف مشترك بين جلة أعداد يكون مضاعفاً لمضاعفها المشترك الأصغر
ثانياً - اذا وجدت جلة أعداد أولية مع بعضها فان مضاعفها المشترك الأصغر يكون مساوياً
لحاصل ضربها في بعضها

وهذا أمر ضروري لأن قاسمهما المشترك الأصغر هو الواحد وحينئذ فالمضاعف المشترك الأصغر
للاعداد ١٦ و ٩ و ٧ الأولية معا يكون مساويا إلى $16 \times 9 \times 7 = 1008$

الفصل الخامس

(في خواص الاعداد الاولية)

(١٢٤) كل عدد غير أولي لابد وأن يكون له بالاقبل عامل واحد أولي

وذلك لانهما كان العدد المفروض غير أولى فلا بد وأن يكون ناتجاً من ضرب عددين في بعضهما
ثم إذا كان أحدهما من العددين أولياً فقد ثبت المطلوب والافيكون كلاهما ناتجاً من ضرب
عددين في بعضهما ثم إذا كان أحدهما الأعداد أولياً ثبت المطلوب والافسكل واخذ منها ناتج
من ضرب عددين في بعضهما وهكذا ولما كانت الأعداد المذكورة صحيحة وأخذة في التناقض
ضرورة شيئاً فشيئاً فلا بد وأن يوجد بينها ولوعامل واحد يكون أولياً وحيث أن هذا العامل هو كما
لا يخفى أحد عوامل العدد المفروض فلذا قد ثبت المطلوب

مثال عدد $2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 20 \times 2 \times 2 \times 2 = 80 \times 24 = 1920$
 $10 \times 2 \times 2 \times 2$

ومن ذلك ينتج

أولاً - حيث انه يمكن إعادة البراهين المتقدمة على عوامل الحاصل التي لم تكن أولية أمكن أن يقال ان كل عدد غير أولي يساوى حاصل ضرب عدة أعداد أولية في بعضها

قعدد ۱۹۲۰ المذكور في مثال النمرة المتقدمة يساوى $2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2$
 $5 \times 3 \times 2^7 = 5 \times 2 \times 2$

ثانياً - ان كل عددين غير أوليين معا لابد وأن يكون لهما بالاقبل عامل واحد أولى مشترك بينهما لانه لما كان العددان المقروضان غير أوليين معا فيكون قاسمهما المشترك الأعظم غير الواحد فاذا كان هذا القاسم عدداً أولياً ثبت المطلوب والافهم مساو لحاصل ضرب عدة مضارب أولية وهو المراد

فالعقدان ٦٠ و ٤٨ قاسمهما المشترك الأعظم هو ١٢ وهو مساو الى $٢ \times ٢ \times ٣$ فكل عامل من هذه مشترك بين العددين ٦٠ و ٤٨

(١٢٦) في انشاء جدول الاعداد الأولية - لتكوين جدول الاعداد الأولية الى حد معين تكتب الاعداد المتوالية من ابتداء الواحد الى ذلك الحد المعين ١٠٠ أو ١٠٠٠ مثلاً ثم يضرب بالقلم على كل واحد من مضاعفات الاعداد الأولية ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ وهكذا لكنه لاجل الاختصار يلاحظ عند كتابة الاعداد المتوالية أن لا يوضع منها الا الفردية فقط لان جميع الاعداد الزوجية تقبل القسمة على ٢ هكذا

١ و ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩ و ٢٣ و ٢٩ و ٣١ و ٣٧ و ٤١ و ٤٣ و ٤٧ و ٤٩ و ٥٣ و ٥٩ و ٦١ و ٦٧ و ٦٩ و ٧١ و ٧٣ و ٧٩ و ٨١ و ٨٣ و ٨٩ و ٩٧ و ٩٩

ثم نقول حيث ان كل واحد من هذه الاعداد يزيد عن سابقه ٢ فاذا عددنا هذه الاعداد ثلاثة ثلاثة بعد عدد ٣ فان كل عدد نقف عليه يكون مضاعفاً للعدد ٣ فنضرب عليه بالقلم ومالم نقف عليه لم يكن كذلك وكذا لو عددنا تلك الاعداد خمسة خمسة بعد رقم ٥ وسبعة سبعة بعد رقم ٧ وهكذا فان كل عدد نقف عليه لا يكون من الاعداد الأولية فنضرب عليه بالقلم أيضاً ومثل ذلك نجري العمل للاعداد الأولية ١١ و ١٣ و ١٧ وهكذا

(١٢٧) تنبيه - ربما يتوهم المتأمل لهذا الجدول أن نوالى الاعداد الأولية منتهى ما يراه من أن عددها يقل شيئاً فشيئاً كلما تقدمنا في الاعداد حيث ان العشرة السابعة لا تشمل الاعلى ثلاثة من الاعداد الأولية والعشرة الثامنة لا تشمل منها الاعلى اثنين والعشرة التاسعة لا تشمل منها الاعلى واحد ولما كان الامر بخلاف ذلك لزم لدفع هذا الوهم أن نذكر الخاصية الآتية

(١٢٨) نوالى الاعداد الأولية غير منتهية

والبرهنة على ذلك يكفى أن نبرهن على أن كل عدداً أولى يفرض اختيارياً لابد وأن يوجد له عدد آخر أولى أكبر منه ولذلك نقول

لنفرض أن عدد ٢٣ هو العدد الأولي الاختياري المفروض فاذا ضربنا على التوالي جميع الأعداد الأولية في بعضهما من ابتداء عدد ٢ لغاية عدد ٢٣ المذكور وأضفنا واحدا إلى الناتج تحصل $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times 23 + 1$ وهو عدد لا يقبل القسمة على أي واحد من المضارب المذكورة لأن باقي قسمته على كل منها هو الوحدة ثم إذا كان هذا الحاصل أوليا فيكون ضرورة أكبر من ٢٣ وبذلك يثبت المطلوب والافلا بد وأن يكون له مضروب أولي (١٢٤) لا يمكن أن يكون واحدا من المضارب السابقة فيكون إذن أكبر من ٢٣ وهو المراد

(١٢٩) يؤخذ مما ذكر طريقة لمعرفة ما إذا كان أي عدد مفروض أوليا أو غير أولي وهي أن نجرب قسمته على التوالي على جميع الأعداد الأولية ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ... الخ ثم نوقف استقرار تلك التجربة متى توصلنا في أي عملية تجربة إلى خارج قسمة يكون امامنا ويا أو أصغر من المقسوم عليه الجاري عليه التجربة فإذا لم يكن أحد بقايات عمليات القسمة المذكورة صفرا كان العدد المذكور أوليا

وذلك لأنه لو قيل بإمكان قابلية قسمة العدد المفروض على عدداً أكبر من المقسوم عليه الأخير فإنه لا بد وأن يقبل ضرورة القسمة على خارج قسمته عليه الذي يكون ضرورة أصغر من خارج قسمة العدد المفروض على المقسوم عليه الأخير مع أنه قد علم عدم إمكان ذلك فلذا لا يمكن أن يقبل العدد المفروض القسمة على أي عدداً أكبر من المقسوم عليه الأخير واذن يكون أوليا فإذا أريد مثلاً اختبار ما إذا كان عدد ٩٧ أوليا أو غير أولي قسمناه على الأعداد الأولية ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ وهكذا على التوالي وحيث أولاه قد تحصل باق لكل واحدة من تلك العمليات وثانياً أنه عند إجراء عملية القسمة الأخيرة التي كان فيها المقسوم عليه ١١ قد تحصلنا فيها على الخارج ٨ الذي هو أقل من ١١ فلذا قد وقفنا استمرار عمل التجربة وعلمنا أن العدد أولي لأنه لو قيل بلزوم تجربة قسمته على ١٣ قلنا إن إمكان قابلية قسمة العدد المذكور على ١٣ يستدعي ضرورة قابليته القسمة على خارج قسمته عليه الذي يكون ضرورة أقل من ٨ وقد علم عدم إمكان ذلك (١٣٠) كل عدداً أولي يقسم حاصل ضرب عدة عوامل فإنه يقسم أحدها على الأقل

أولاً - نفرض أن الحاصل مؤلف من حاصلين فقط

فإذا قسم عدد ٣ الحاصل 8×15 لزم أن يقسم أحد العاملين ٨ أو ١٥ لأنه إذا لم يقسم أحدهما ٨ مثلاً كان ضرورة أوليا معه وحيث أنه يقسم الحاصل 8×15 فيقسم العامل

١٥ ضرورة (١١٢)

ثانيا - نفرض أن الحاصل مؤلف من جملة عوامل

فإذا قسم عدد ٧ الحاصل $28 \times 10 \times 19 \times 22$ فإنه لا بد وأن يقسم أحد عوامله وذلك لأنه إذا لم يقسم العامل ٢٢ فيكون أوليا معه وحيث أن حاصل الضرب المعلوم يمكن اعتباره كأنه ناتج من ضرب ٢٢ في $28 \times 10 \times 19$ لزم أن يقسم العدد ٧ الحاصل $28 \times 10 \times 19$

ثم إذا كان عدد ٧ أوليا مع العامل ١٩ فلا بد وأن يقسم الحاصل 28×10 وإذا لم يقسم المضروب ١٥ فإنه لا بد وأن يقسم العامل ٢٨ وهو المراد

(١٣١) ومما ذكره ينتج

أولا - إذا قسم عدداً على قوة أي عدد فإنه يقسم هذا العدد

فإذا قسم عدد ٣ القوة 3^6 لزم أن يقسم العدد ٦ لأنه لما كان $6 = 3 \times 2 \times 2$ وكان عدد ٣ يقسم الحاصل 3^6 فإنه يقسم ضرورة أحد العوامل وهو ٦

ثانيا - القوى المختلفة لأي عددين أوليين معاً تكون أولية معاً أيضاً

فإذا كان العددان ٥ و ٧ أوليين معاً تكون قواهما 5^3 و 7^3 مثلاً كذلك لأنه إن لم يكن الأمر كذلك ووجد عدد مثل ٣ مثلاً يقسم 5^3 و 7^3 فإنه لا بد وأن يقسم كلا من ٥ و ٧ وهو مغاير للفرض

(١٣٢) يقال للعدد أنه محلل إلى مضاربه الأولية متى تحصلنا على نواتي الأعداد الأولية التي يكون حاصل ضربهم مساوياً للعدد المفروض

ومن المعلوم أن إذا حصلنا عند تحليل عدد إلى مضاربه الأولية على عامل مكرر مرتين أو عدة مرات فإننا لا نكتبه إلا مرة واحدة ونضع فوقه أساً مساوياً لعدد مرات تكراره كما تقدم ذلك في الضرب

وعلى هذا يكون عدد $48 = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 3 \times 2^4$

(١٣٣) لا يمكن تحليل أي عدد إلى مضاربه الأولية إلا بطريقة واحدة

فإن قبل بإمكان تحليل عدداً مثل ٨٤٠ إلى مضاربه الأولية بطريقتين بمعنى أنه يتحصل من الطريقة الأولى مضارب أولية غير التي تتحصل من الطريقة الثانية هكذا

من الطريقة الأولى $840 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$

من الطريقة الثانية $840 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$ ونقول

أولا - ان هذين الحاصلين يجب أن يشتمل كل منهما على عين المضارب الأولية التي يشتمل عليها الثاني وذلك لأنه لما كان المتساويتان السابقتان يدلان على شئ واحد تحصل

$$(1) 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$$

وحيث ان الطرف الاول من هذه المتساوية يقبل القسمة على ٢ فيكون الطرف الثاني كذلك لكنه حيث كان عدد ٢ أوليا فيقسم أحد عوامل هذا الحاصل وليكن ١ مثلا ولما كان ١ أوليا أيضا فلا يتأق له أن يقبل القسمة على ٢ الا اذا كان مساويا له واذن يكون $1 = 2$ وبمثل ما ذكر يبرهن على أن $3 = 2$ و $4 = 2$ و $5 = 2$ وعلى أن كل واحد من العاملين هـ و و مساو للوحدة .

ثانيا - ان العامل الواحد لا يدخل في حاصل الضرب الا بمقدار واحد من المرات بمعنى أنه حيث ان عدد ٢ يدخل ثلاث مرات في الحاصل الاول فلا يدخل في الثاني الا ثلاث مرات أيضا

فلو قيل بخلاف ذلك بان دخل العامل ٢ في الحاصل الثاني مرات أزيد من مرات دخوله في الحاصل الاول نقول اننا لو قسمنا طرفي المتساوية (١) على العامل ٢ ثلاث مرات متوالية الت متساوية المذكورة الى

$$1 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$$

ويرى في هذه المتساوية أن طرفها الثاني يقبل القسمة على ٢ دون طرفها الاول وهو مستحيل (١٣٤) اذا تقرر ما ذكر وجب أن نتكلم على كيفية تحليل أى عدد الى مضاربه الأولية فنقول يكفي لتحليل أى عدد الى عوامله الأولية أن يقسم على التوالى على جميع الاعداد الأولية التي تقسمه ونجرب تلك العملية على كل منها مرة أو عدة مرات حتى لا يتأق القسمة عليه

فاذا أريد مثلا تحليل العدد ٦٩٣٠ الى عوامله الأولية وضع العمل هكذا

٢	٦٩٣٠
٣	٣٤٦٥
٣	١١٥٥
٥	٢٣١
٧	٣٣
١١	٣
	١

ونقول حيث ان هذا العدد زوجي فيقبل القسمة على ٢ وخارج القسمة هو ٣٤٦٥ وهو لا يقبل القسمة على ٢ وانما يقبل القسمة على ٣ وخارج القسمة وهو ١١٥٥ يقبل القسمة على ٣ أيضا وخارج قسمته على ٣ هو ٣٨٥ وهو لا يقبل القسمة على ٣ وانما يقبل القسمة على ٥ وخارج القسمة وهو ٧٧ لا يقبل القسمة على ٥ وانما يقبل القسمة على ٧ وخارج قسمته على ٧ هو ٧ وهو عدد أولي لا يقبل القسمة الا على نفسه وبذلك قد تم تحليل العدد المعام الى عوامله الاولى ويكون

$$11 \times 7 \times 0 \times 5 \times 7 = 795.$$

(١٣٥) تنبيه - مهما كانت الطريقة التي تتبع في التحليل أى سواء ابتدأنا بقسمة العدد المفروض على ٢ أو على ٥ أو على غيرهما من عوامله الأولية فإنه لا يمكن أن يتوصل من عملية التحليل الى غير الناتج السابق حيث أنه لا يمكن تحليل أى عدد الى عوامله الأولية الا بطريقة واحدة

(في البحث عن قواسم أي عدد)

(١٣٦) يجب ويكفي لامكان قابلية عدد القسمة على عدد آخر أن يشتمل على جميع العوامل الأولية الموجودة في المقسوم عليه بأس مساو بالاقبل لاسها فيه

وللبرهنة على ذلك يجب أن نبين أمرين أحدهما وجوب هذا الشرط وثانيهما كفايته

الاول - أن هذا الشرط واجب لانهما كان المقسوم مساويا حاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة فيحتوى اذن على جميع العوامل الاولى المشتركة بين المقسوم عليه وخارج القسمة بأس مساو لمجموع أسسها فيهما (٧٨) والتي لم تكن مشتركة بينهما تكون موجودة فيه كما هي فيهما وحينئذ فيشتمل المقسوم على جميع العوامل الاولى الموجودة في المقسوم عليه بأس اما مساو لاسسها فيه أو أكبر منه

الثاني - أن هذا الشرط كافٍ لأنه بوجود الشرط المذكور يمكن دائماً تكيف مضارب المقسوم بحيث يتركب منها عاملاً لا يكون أحدهما المقسوم عليه

وبناء على ما ذكر يكون عدد $5 \times 3 \times 4 \times 11$ قابلاً للقسمة على $5 \times 3 \times 4$ وذلك لأنه يمكن وضع المقسوم على هذه الصورة

$$(11 \times v \times r) \times ({}^2v \times r \times {}^1o) = 11 \times {}^0v \times {}^2r \times {}^1o$$

	1		
	2	2	18.00
	4	2	9.00
	8	2	45.00
349.00	129.00	3	250.00
729.00	189.00	3	70.00
39.00	18.00	0	20.00
18.00	9.00	0	0.00

ثانياً - ان عدد هذه القواسم فهو مساو لعدد المتحصل من ضرب أعداد السطور الثلاثة غير أن كل سطر منها مشتمل على قواسم بقدر وحدات أس العامل المعتبر زائداً واحداً حيث يوجد في السطر الأول قواسم عددها $1 + 3$ أو 4 ويوجد في الثاني $1 + 2$ أو 3 ويوجد في الثالث $1 + 2$ أو 3 وحينئذ إذا ضرب كل قاسم من قواسم السطر الأول في كل قاسم من قواسم الثاني يتحصل قواسم عددها مساو $(1 + 3) \times (1 + 2)$ أو مساو إلى 3×4 وبضرب جميع قواسم هذا الناتج في قواسم الصف الثالث يتحصل قواسم عددها مساو إلى $(1 + 3) \times (1 + 2) \times (1 + 2)$ أو إلى $3 \times 3 \times 4 = 36$

وعلى العموم يكون عدد قواسم أي عدد مساوياً لحاصل ضرب أسس عوامله الأولية في بعضها بزيادة واحد لكل منها

(١٣٨) تطبيقاً لما ذكر من القواعد نبحث الآن عن القاسم المشترك الأعظم بين جملة أعداد محالة إلى عواملها الأولية وعن المضاعف المشترك الأصغر لجملة أعداد كذلك

(١٣٩) لايجاد القاسم المشترك الأعظم بين جملة أعداد محالة إلى عواملها الأولية يكفي ضرب جميع العوامل الأولية المشتركة بينهما مأخوذة بأصغر أس لها

فالقاسم المشترك الأعظم بين الأعداد ١٨٩٠ و ١٩٨٠ و ١٢٦٠٠ المحالة إلى عواملها الأولية هكذا

$$1890 = 2 \times 3^3 \times 5 \times 7$$

$$1980 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

$$12600 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$$

هو $2 \times 3^2 \times 5$

وذلك لأنه لما كان العدد المطلوب يلزم أن يكون قاسماً مشتركاً بين الأعداد المفروضة فلا يمكن أن يشتمل الأعلى المضارب المشتركة بينها وحينئذ فلا يشتمل على عامل غير مشترك بينها أو على عامل مشترك بينهما وكان مأخوذاً بأعظم أس له فكأنما اشتمل على عوامل لم تكن موجودة في جميعها وبذا لا يكون قاسماً مشتركاً وغير ذلك حيث أنه لا يوجد قاسم مشترك بين الأعداد المفروضة مشتمل على عوامل أكثر منه فيكون هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب

(١٤٠) لايجاد المضاعف المشترك الاصغر لجملة أعداد مفروضة محالة الى عواملها الاولى
يكفى تحصيل حاصل ضرب جميع العوامل الاولى المختلفة الداخلة فيها مأخوذاً لمشارك منها
بأعظم أس له وغير المشترك كما هو
فعلى هذا اذا أريد ايجاد المضاعف المشترك الاصغر للأعداد ٤٠ و ٦٠ و ١٢٦ المحالة الى
عواملها الاولى هكذا

$$٥ \times ٢^٣ = ٤٠$$

$$٥ \times ٣ \times ٢^٢ = ٦٠$$

$$٧ \times ٢^٣ \times ٣ = ١٢٦$$

نقول انه بمقتضى ما ذكره القاعدة يكون المضاعف المشترك الاصغر مساوياً الى

$$٢٥٢٠ = ٧ \times ٥ \times ٢^٣ \times ٣$$

وذلك لانه لما كان هذا العدد يقبل القسمة على كل واحد من الأعداد المفروضة (١٣٦)
فيكون مضاعفاً مشتركاً لها وغير ذلك حيث انه اذا حذف أى عامل من عوامله ٣ مثلاً بان صار
 $٢^٣ \times ٥ \times ٣ \times ٧$ فان ذلك يستلزم أن لا يكون الناتج مضاعفاً مشتركاً للأعداد المفروضة
لانه وان كان مضاعفاً مشتركاً للعددين ٤٠ و ٦٠ لكنه ليس مضاعفاً للعدد ١٢٦ فيكون اذن
 $٢٥٢٠ = ٧ \times ٥ \times ٢^٣ \times ٣$ هو المضاعف المشترك الاصغر المطلوب

(١٤١) تنبيه - اذا قسمنا المضاعف المشترك الاصغر لجملة أعداد على كل واحد منها
فان خوارج القسمة التى تنبج تكون أولية مع بعضها

لانه لو كان الامر بخلاف ذلك فان حذف المضارب المشتركة بينهما من المضاعف المشترك الاصغر
لا يمنع من قابليته القسمة على كل واحد من الأعداد المفروضة وبذلك لا يكون هو المضاعف
المشترك الاصغر

(تقرينات)

(١) المطلوب البرهنة على أن الفرق بين أى عددين تركباً من أرقام متحدة المقادير المطلقة يكون
قابلاً للقسمة على ٩

(٢) اذا تحصل من قسمة أى عددين على ثالث باقياً متساويان فانه يطلب البرهنة على أن
الفرق بين العددين المذكورين يقبل القسمة على هذا العدد الثالث

(٣) المطلوب البرهنة على أن حاصل ضرب عددين متوالين يكون دائماً قابلاً للقسمة على ٢
(٤) ماهي العلامة التي يعرف بها قابلية قسمة أي عدد على ٢٤

(٥) اذا كان القاسم المشترك الاعظم بين عددين هو ١٢ وكانت خوارج القسمة المتحصلة عند اجراء العملية هي على هذا الترتيب ٢ و ٣ و ١ و ٥ والمطلوب معرفة العددين المذكورين

(٦) ثلاث مراكب تجارية تخرج من مينة واحدة وتقصده جهة واحدة غير أن الاولى تخرج كل أربعة أيام مرة واحدة والثانية تخرج كل ستة أيام مرة واحدة والثالثة تخرج كل تسعة أيام مرة واحدة وقد خرجوا معاً والمطلوب معرفة المدة اللازمة لخروجهم معاً مرة ثانية



الباب الثالث

(في الكسور الاعتيادية)

الفصل الاول

(في المبادئ)

(١٤٢) قد ذكرنا فيما تقدم (بمرة ٤) عند تعريف العدد أنه عند ما تكون الكمية المراد تقديرها أقل من الوحدة سميت النتيجة كسرا

لكنه لتقدير مثل تلك الكميات تستعمل وحدات صغيرة بواسطة قسمة الوحدات الأصلية الى جلة أجزاء متساوية تسمى بالجزاء المتداخلة واجتماع جلة من هذه الأجزاء المتساوية أو أحدها يسمى كسرا

(١٤٣) فإذا قسمت الوحدة الى عشرة أجزاء متساوية أو الى مائة جزء متساوية أو الى ألف جزء متساوية بمعنى أنه إذا قسمت الوحدة الى عشرة أجزاء متساوية ثم قسم كل جزء منها الى عشرة أجزاء أخرى متساوية وكل جزء من هذه الأجزاء الأخيرة الى عشرة أجزاء متساوية وهكذا سميت هذه الأجزاء المتداخلة بالكسور الاعشارية يأتي الكلام عليها في الباب الرابع ان شاء الله تعالى

(١٤٤) أما اذا لم يراع هذا القيد في تقسيم الوحدة بأن قسمت الى أجزاء متساوية أي كان عددها سميت هذه الأجزاء بالكسور الاعتيادية فإذا قسم الواحد الى سبعة أقسام متساوية أو الى عشرين جزءا متساوية وأخذ من كل تقسيم منها جزء أو ثلاثة أجزاء أو خمسة أجزاء فإنه يقال لها سبع وجزء من عشرين جزءا وثلاثة أسباع وثلاثة أجزاء من عشرين جزءا وخمسة أسباع وخمسة أجزاء من عشرين جزءا

(١٤٥) وعلى العموم فالكسر هو جزء أو جلة أجزاء متساوية مأخوذة من أجزاء الواحد المنقسم الى عدة أجزاء متساوية

(١٤٦) ينتج من هذا التعريف أنه يحتاج دائما لاجل بيان الكسر الاعتيادي الى عدد من أحدهما يسمى المقام ويدل على عدد الأجزاء المتساوية التي انقسم اليها الواحد وثانيهما يسمى البسط ويدل على عدد الأجزاء المأخوذة من هذه الأجزاء وكل من المقام والبسط يسمى بمحد الكسر

(١٤٧) لكاتبه أي كسر اعتيادي يوضع البسط فوق المقام ويفصلان بشرطة أفقية أما عند النطق به فإنه يتلفظ أولا بالبسط ثم بالمقام ويفصلان بلفظة من أو على فعلى هذا إذا أريد بيان الكسر الذي مقداره ثلاثة أجزاء من أحد عشر جزءاً أو الكسر الذي مقداره خمسة عشر جزءاً مأخوذة من ٣٢ جزءاً يوضعان هكذا $\frac{3}{11}$ و $\frac{15}{32}$ ويتلفظ بهما ثلاثة من أحد عشر وخمسة عشر من اثنين وثلاثين أو ثلاثة على أحد عشر وخمسة عشر على اثنين وثلاثين

(١٤٨) يستثنى من التسمية السابقة للكسور الأتية التي مقاماتها أعداد بسيطة مثل الكسور $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{5}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{2}{7}$ و $\frac{3}{8}$ و $\frac{4}{9}$ وهكذا فيقال لها على سبيل الترتيب نصف وثلث وثلثاى وربيع وربعان وثلاثة أرباع وخمسان وثلاثة أخماس وأربعة أخماس وأربعة أسداس وخمسة أسباع وثلاثة أثمان وأربعة أتساع وهكذا

(١٤٩) الكسر الاعتيادي يمكن أن يكون أقل من الواحد أو مساوياً له أو أكبر منه وذلك على حسب ما يكون بسطه أقل من المقام أو مساوياً له أو أكبر منه مثل الكسور $\frac{5}{8}$ و $\frac{8}{8}$ و $\frac{11}{8}$ لكنه يقال للكسر الأول من هذه الكسور الثلاثة كسراً حقيقياً وللثالث منها عدداً كسرياً لأنه أكبر من الواحد ويطلق أيضاً اسم العدد الكسرى على كل عدد مركب من عدد صحيح وكسر مثل $\frac{3}{7} + 4$ أو $4\frac{3}{7}$

(١٥٠) يحتاج الأمر غالباً لتحويل عدد صحيح إلى صورة كسرية مكافئة له من نوع معين مثل ما إذا أريد تحويل عدد ٣ إلى صورة كسرية من نوع الأسباع يقال حيث أن الواحد يعادل سبعة أسباع فعدد ٣ يعادل اثنى عشر أسباعاً واذن يكون
$$3 = \frac{21}{7}$$

فالقاعدة العمومية لتحويل عدد صحيح إلى صورة كسرية مكافئة له من نوع معين يضرب المقام المعين في العدد الصحيح المعلوم ويجعل الحاصل بسطاً للمقام المعين

(١٥١) أما إذا أريد تحويل عدد كسرى أى مركب من عدد صحيح ومن كسر إلى صورة كسرية مكافئة له فإنه يجب تحويل العدد الصحيح المصاحب للكسر إلى صورة كسرية مكافئة له من نوع مقام الكسر المذكور ثم يضم الناتج إلى الكسر المعلوم فإذا أريد مثلاً تحويل العدد الكسرى $4\frac{3}{7}$ إلى صورة كسرية فقط يحول أولاً العدد ٤

الى أسباع فيحدث $\frac{28}{7}$ ثم يضم الى الكسر فيحدث $\frac{3}{7} + \frac{28}{7}$ ثم نقول من المعلوم أنه اذا ضم $\frac{3}{7}$ الى $\frac{28}{7}$ يكون الناتج مساويا $\frac{31}{7}$ أى $\frac{3+28}{7}$ أو $\frac{3+7 \times 4}{7}$ فالقاعدة العمومية لتحويل عدد صحيح وكسر الى صورة كسرية مكافئة له بضرب العدد الصحيح في مقام الكسر المصاحب له ويضم الى الحاصل بسط الكسر ويجعل المجموع بسطا لمقام الكسر المفروض

(١٥٢) يطلب أحيانا استخراج الوحدات الصحيحة المشتمل عليها عدد كسرى معلوم وفي هذه الحالة تجري ضرورة عملية تكون عكس العملية السابقة (بمرة ١٥١)

فاذا أريد مثلا استخراج الوحدات الصحيحة المشتمل عليها العدد الكسرى $\frac{31}{7}$ يقال من المعلوم أن كل سبعة أسباع من العدد الكسرى المعلوم تعادل واحدا صحيحا (١٤٩) وحينئذ فيشتمل العدد الكسرى $\frac{31}{7}$ على وحدات صحيحة بقدر احتوائه على سبعة أسباع وحيث ان مقدار اشتمال $\frac{31}{7}$ على سبعة أسباع هو عين مقدار اشتمال ٣١ على ٧ لزم اذن لاستخراج الوحدات الصحيحة المطلوبة بقسمة ٣١ على ٧ وحيث ان خارج القسمة هو ٤ ويبقى ثلاثة أسباع يكون

$$\frac{31}{7} = 4 + \frac{3}{7}$$

فالقاعدة العمومية لاستخراج الوحدات الصحيحة المشتمل عليها عدد كسرى معلوم يجب قسمة بسطه على مقامه فخارج القسمة يدل على الوحدات الصحيحة المطلوبة

الفصل الثاني

(قواعد في الكسور)

(١٥٣) القاعدة الاولى - يعتبر الكسر الاعتيادى كأنه خارج قسمة بسطه على مقامه فالكسر $\frac{5}{8}$ مثلا يعتبر كأنه خارج قسمة عدد ٥ على عدد ٨ أو أنه ثمن خمسة آحاد

وبيان ذلك أنه لاجل قسمة ٥ على ٨ يمكن قسمة كل واحد من وحدات عدد ٥ على ٨ على التوالي وحيث ان ثمن الواحد يعادل $\frac{1}{8}$ كما يعلم ذلك من التعريف فيكون ثمن خمسة آحاد يعادل خمسة أمثال الكسر $\frac{1}{8}$ أو يعادل $\frac{5}{8}$

ويمكن التحقق من أنه اذا ضرب الكسر $\frac{5}{8}$ في المقسوم عليه ٨ يتحصل المقسوم ٥

وذلك لانه حيث يتألف من تسكرار الثمن الواحد ثمان مرات واحد صحيح فيحصل اذن من تكرار الخمسة ثمان ثمان مرات خمس وحدات صحيحة ويكون $\frac{5}{8} \times 8 = 5$

(١٥٤) ينتج مما ذكر أنه يمكن في أي عملية قسمة ذات باق تكيل مقدار خارج القسمة بكسر
 فإذا أريد مثلاً قسمة ٢٩ على ٦ فإن الجزء الصحيح من خارج القسمة هو ٤ غير أنه لقسمة باقى
 العملية ٥ على المقسوم عليه ٦ فإنه يتحصل على مقتضى القاعدة السابقة الكسر $\frac{٥}{٦}$ واذن
 يكون المقدار التام لخارج قسمة ٢٩ على ٦ هو ٤ + $\frac{٥}{٦}$

فالقاعدة العمومية لتكيل مقدار خارج القسمة في أي عملية قسمة ذات باق أن يضم إلى الجزء
 الصحيح من خارج القسمة كسر يكون بسطه باقى العملية ومقامه المقسوم عليه

(١٥٥) القاعدة الثانية - الكسران المتحدان المقام أكبرهما ما كان بسطه أكبر
 والكسران المتحدان البسط أكبرهما ما كان مقامه أصغر

فالكسران $\frac{٥}{٧}$ و $\frac{٣}{٧}$ أكبرهما هو $\frac{٥}{٧}$ والكسران $\frac{٨}{١١}$ و $\frac{٨}{١٣}$ أكبرهما هو $\frac{٨}{١١}$
 وللبهنة على ذلك نقول

أولاً - أن الأجزاء المتداخلة في الكسرين الأولين هي الأسباع وقد اشتمل أولهما على جزأين
 منها أكثر مما اشتمل عليه الكسر الثانى منها

ثانياً - أن الأجزاء المتداخلة في أحد الكسرين الثانىين التى يدل كل واحد منهما على جزء من
 أحد عشر جزءاً من الواحد هى أكبر من الأجزاء المتداخلة في الكسر الثانى منهما ما دلالة كل
 منهما على جزء من ثلاثة عشر جزءاً من الواحد وقد أخذ من كل منهما مقدار واحد من الأجزاء
 المتداخلة وهو ٨

وحينئذ فزيادة بسط الكسر تدل دائماً على زيادة قيمة الكسر وزيادة مقامه على نقص قيمته
 واذن لتكبير الكسر يكبر بسطه وتبصغيره يكبر مقامه

(١٥٦) القاعدة الثالثة - لجعل قيمة الكسر أكبر عما كانت عليه بعرتين أو بثلاث
 مرات أو بأربع مرات وهكذا يكفى ضرب بسطه فى ٢ أو فى ٣ أو فى ٤ وهكذا أو قسمة
 مقامه على ٢ أو على ٣ أو على ٤ وهكذا أن كانت عملية القسمة ممكنة

فإذا أريد تكبير قيمة الكسر $\frac{٥}{١١}$ ثلاث مرات مثلاً تحصل على مقتضى الحالة الأولى من
 القاعدة الثانية $\frac{١٥}{١١}$ وعلى مقتضى الحالة الثانية منها $\frac{١٥}{١١}$
 وللبهنة على ذلك نقول

أولاً - حيث أن الأجزاء المتداخلة فى كل من الكسر المفروض $\frac{٥}{١١}$ ومن الكسر الناتج

من الحالة الاولى $\frac{15}{13}$ من نوع واحد دلالة كل منها على جزء من اثني عشر جزءاً من الواحد الصحيح وأن الأجزاء المشتمل عليها بالكسر الثاني هي ثلاث مرات أكبر من الأجزاء المدلول عليها بالكسر الاول فيكون الكسر الثاني أكبر ضرورة من الكسر الاول بثلاث مرات

ثانياً - حيث ان مقام الكسر الثاني في الحالة الثانية أصغر من مقام الكسر الاول بثلاث مرات فيدل اذن على أن الواحد قد انقسم الى أجزاء متساوية أقل مما كان منقسماً اليها بثلاث مرات أعني أن كل جزء من الأجزاء الجديدة أكبر من كل جزء من الأجزاء الاولى بثلاث مرات وحيث ان عدد الأجزاء المأخوذ في الكسرين واحد فيكون الكسر الثاني $\frac{9}{4}$ أكبر من الكسر الاول $\frac{9}{13}$ بثلاث مرات

(١٥٧) القاعدة الرابعة - لجعل قيمة أي كسر أصغر مما كانت عليه بمرتين أو بثلاث مرات أو بأربع مرات وهكذا يكفي ضرب مقامه في ٢ أو في ٣ أو في ٤ وهكذا أو بقسمة بسطه على ٢ أو على ٣ أو على ٤ وهكذا اذ كانت عملية القسمة ممكنة

فإذا أريد تصغير قيمة الكسر $\frac{12}{8}$ أربع مرات مثلاً تحصل من الحالة الاولى $\frac{12}{8}$ وتحصل من الثانية $\frac{3}{2}$

والبرهنة على ذلك نقول

أولاً - حيث ان الكسر $\frac{12}{8}$ المتحصل من الحالة الاولى تدل أجزاءه المتداخلة فيه على أن الواحد قد انقسم الى أجزاء أصغر من الأجزاء التي كان منقسماً اليها أولاً بأربع مرات وأن البسط في هذا الكسر وفي المقروض واحد فيكون الكسر $\frac{12}{8}$ أصغر من الكسر $\frac{12}{8}$ بأربع مرات

ثانياً - حيث ان الأجزاء المتداخلة في كل من الكسر المقروض $\frac{12}{8}$ ومن الكسر الناتج من الحالة الثانية $\frac{3}{2}$ من نوع واحد وأن عدد الأجزاء المشتمل عليها بالكسر الثاني أصغر من عدد الأجزاء المشتمل عليها بالكسر الاول بأربع مرات فيكون الكسر $\frac{3}{2}$ أصغر من الكسر $\frac{12}{8}$ بأربع مرات

(١٥٨) تنبيه - من المعلوم أن ضرب أحد حدى الكسر في عدد ما يمكن دائماً بخلاف القسمة فإنها غالباً تكون غير ممكنة وحيث أن القاعدة العمومية لجعل قيمة أي كسر أكبر أو أصغر مما هي عليه تكون بضرب بسطه أو مقامه وفي حالة إمكان إجراء عملية القسمة فالاولى إجراءها لما يتحصل منها من النواتج البسيطة

(١٥٩) القاعدة الخامسة - قيمة الكسر لا تتغير إذا ضرب أو قسم كل من خديبه على عدد واحد

وذلك أولاً - بضرب بسط الكسر في عدداً فإن قيمة هذا الكسر تكبر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المضروب فيه وأما بضرب المقام في العدد المذکور فإن قيمة الكسر تصغر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المضروب فيه وبذلك ترجع قيمة الكسر إلى الحالة الأصلية لها

ثانياً - إذا قسم بسط الكسر على عدداً فإن قيمة الكسر تصغر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المقسوم عليه وأما بقسمة المقام على العدد المذکور فإن قيمة الكسر تكبر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المقسوم عليه وبذلك ترجع قيمة الكسر إلى حالتها الأصلية

(١٦٠) القاعدة السادسة - إذا أضيف عدد واحد لحدى كسر فإن قيمته تزيد إذا كان الكسر أصغر من الواحد وتنقص إذا كان أكبر منه

وللبرهنة على ذلك نقول

أولاً - إذا أضيف عددان اثنين إلى حدى الكسر $\frac{5}{8}$ الذى هو أقل من الواحد بأن صار $\frac{7}{8}$ فأقول إن هذا الكسر الثانى أكبر من الاول

وذلك لأننا لو قارنا الكسرين المذکورين بالواحد الصحيح نرى أن الاول ينقص عنه بالمقدار $\frac{3}{8}$ والثانى ينقص عنه بالمقدار $\frac{3}{8}$ وحيث أن $\frac{3}{8}$ أكبر من $\frac{3}{8}$ (١٥٥) يكون الكسر $\frac{7}{8}$ أكبر من $\frac{5}{8}$ لزيادة قربه من الواحد عن الكسر المقروض

ثانياً - إذا ضم عدد ٣ مثلاً إلى حدى الكسر $\frac{9}{8}$ الذى هو أكبر من الواحد بأن صار $\frac{12}{8}$ فأقول إن الكسر الثانى أصغر من الاول

وذلك لأننا لو قارنا الكسرين المذکورين بالواحد الصحيح نرى أن الكسر الاول $\frac{9}{8}$ يزيد عنه بالمقدار $\frac{1}{8}$ وأن الكسر الثانى $\frac{12}{8}$ يزيد عنه بالمقدار $\frac{4}{8}$ وحيث أن الكسر $\frac{4}{8}$ أكبر من $\frac{1}{8}$ فيزيد اذن الكسر $\frac{9}{8}$ على الواحد بمقدار أكبر مما يزيد الكسر $\frac{9}{8}$ عنه واذن فيكون $\frac{9}{8}$ أكبر من $\frac{12}{8}$

* (١٦١) تشبيهه إذا أخذ العدد الذى يضم إلى حدى الكسر في الزيادة شيئاً فشيئاً بحالة مستمرة إلى غير نهاية فإن قيمة الكسر تأخذ ما في الزيادة شيئاً فشيئاً بحالة مستمرة إلى غير نهاية

* إذا كان الكسر أقل من الواحد وأما فى النقص شيئاً فشيئاً بحالة مستمرة إلى غير نهاية إذا كان

* الكسر أكبر من الواحد وفي كلتي الحالتين يأخذ الكسر في القرب شيئاً فشيئاً من نهاية واحدة
* وهي الوحدة

* والبرهنة على ذلك نقول

* أولاً - اذا ضمت الاعداد ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ و ١١ و ١٢ الى حدى الكسر $\frac{٥}{١٢}$

* الذى هو أقل من الواحد تحصلت الكسور $\frac{٨}{١٥}$ و $\frac{٩}{١٦}$ و $\frac{١٠}{١٧}$ و $\frac{١١}{١٨}$ و ...

* وهي تفرق عن الواحد بالكسور $\frac{٧}{١٥}$ و $\frac{٧}{١٦}$ و $\frac{٧}{١٧}$ و $\frac{٧}{١٨}$ و ...

* وحيث ان قيم هذه الكسور الاخيرة آخذة في النقص شيئاً فشيئاً لان بسوطها واحدة ومقاماتها

* آخذة في الزيادة (١٥٥) فبأخذ الفرق اذن الكاش بين كل واحد من الكسور $\frac{٨}{١٥}$ و $\frac{٩}{١٦}$ و $\frac{١٠}{١٧}$

* و $\frac{١١}{١٨}$ و ... وبين الواحد في النقص شيئاً فشيئاً وحيث انه مع الاستمرار يمكن جعل هذا

* الفرق صغيراً جداً على قدر ما يراد أى أصغر من أى كمية مفروضة فيقال حينئذ ان نهاية

* ذلك الفرق هي الصفر وبناء عليه تكون نهاية الكسر المفروض هي الوحدة

* ثانياً - اذا ضمت الاعداد ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ و ١١ و ١٢ الى حدى الكسر $\frac{١٢}{١٠}$

* الذى هو أكبر من الواحد تحصلت الكسور $\frac{١٥}{٨}$ و $\frac{١٦}{٩}$ و $\frac{١٧}{١٠}$ و $\frac{١٨}{١١}$ و ...

* وهي تنقص عن الواحد بالكسور $\frac{٧}{٨}$ و $\frac{٧}{٩}$ و $\frac{٧}{١٠}$ و $\frac{٧}{١١}$ و ...

* وحيث ان قيم هذه الكسور آخذة في النقص شيئاً فشيئاً كما هو مشاهد لان بسوطها واحدة

* ومقاماتها آخذة في الزيادة (١٥٥) فتأخذ الزيادة اذن التي بين كل واحد من الكسور

* $\frac{١٥}{٨}$ و $\frac{١٦}{٩}$ و $\frac{١٧}{١٠}$ و $\frac{١٨}{١١}$ و ... وبين الواحد في النقص شيئاً فشيئاً وحيث انه مع

* الاستمرار يمكن جعل تلك الزيادة صغيرة جداً على قدر المراد أى أصغر من أى كمية مفروضة

* فيقال اذن ان نهاية تلك الزيادة هي الصفر وبناء عليه تكون نهاية الكسر المفروض هي

* الوحدة

(١٦٢) نتيجة - ينتج مما ذكر أنه اذا طرح عدد واحد من حدى كسر فان قيمته تنقص

اذا كان الكسر أصغر من الواحد وتزيد اذا كان أكبر منه

والبرهنة على ذلك نقول

أولاً - اذا طرح عدد ٢ من حدى الكسر $\frac{٥}{٨}$ الذى هو أقل من الواحد بان صار $\frac{٣}{٨}$ صار

الكسر الثانى أصغر من الاول لانه يمكن اعتبار الكسر $\frac{٥}{٨}$ ناتجاً من ضم عدد ٢ الى حدى

الكسر $\frac{٣}{٨}$ الذى هو أقل من الواحد

ثانياً - اذا طرح عدد ٢ من حدى الكسر $\frac{12}{9}$ الذى هو أكبر من الواحد بان صار $\frac{1}{9}$ صار الكسر الثانى أكبر من الاول لانه يمكن اعتبار الكسر $\frac{12}{9}$ ناتجاً من ضم عدد ٢ الى حدى الكسر $\frac{1}{9}$ الذى هو أكبر من الواحد

الفصل الثالث

(في اختصار الكسور)

(١٦٣) اختصار الكسر هو تحويله الى كسر آخر يكافئه يكون حداه أبسط من حدى الكسر المفروض والقاعدة العمومية لذلك هي قسمة حديه على عدد واحد ان كان ذلك ممكناً ان يتوصل بهذه الكيفية الى كسر مكافئ للاول (١٥٩) وحداه أبسط

فإذا قسم حد الكسر $\frac{24}{48}$ على ٢٤ تحصل الكسر $\frac{1}{2}$ مكافئ للاول وأبسط منه

(١٦٤) تنبيهه - عملية اختصار الكسور مفيدة جداً لانه كلما كان حد الكسر صغيراً كلما كان ادراكه أكثر

فالكسران $\frac{9}{11}$ و $\frac{16632}{20328}$ وان كانا متكافئين غير أن ادراك قيمة الكسر الاول أقرب بكثير جداً من ادراك قيمة الثانى وزيادة على ذلك فان الاعمال التى تجرى على الكسور تكون أكثر بساطة كلما كانت حدودها صغيرة

(١٦٥) يقال للكسر انه غير قابل للاختصار متى كان لا يمكن تحويله الى آخر مكافئ له يكون حداه أصغر من حدى الكسر المفروض على التناظر

(١٦٦) القاعدة الاولى - كل كسر غير قابل للاختصار يكون حداه أوليين معاً وذلك لانه اذا كان حد الكسر غير أوليين معاً لزم أن يكون لهما ما بالاقبل قاسم مشترك بينهما غير الواحد وبقسمة حدى الكسر على هذا القاسم المشترك تتوصل الى كسر مكافئ له وحداه أبسط من حدى الكسر المفروض وبذلك يكون الكسر المفروض قابلاً للاختصار وهذا مغاير للفرض

(١٦٧) القاعدة الثانية - اذا كان حد كسر مفروض أوليين معاً فكل كسر يكافئ الكسر المفروض يجب أن يكون حداه مضاعفين لحدى الكسر المفروض على التناظر فإذا فرض الكسر $\frac{5}{8}$ الذى حداه أوليان معاً وفرض أن الكسر المكافئ له هو $\frac{40}{72}$ فإنا نبين على أن العددين ٤٥ و ٧٢ مضاعفان بالتناظر للعددين ٥ و ٨

ولذلك نقول حيث ان الكسرين متكافئان يكون $\frac{40}{72} = \frac{5}{8}$ ومن المعلوم أن التساوي بين مقدارين لا يتغير اذا ضرب كل منهما في كمية واحدة فاذا ضرب اذن طرفا هذه المتساوية في ٧٢ أى جعل كل واحد من الكسرين $\frac{5}{8}$ و $\frac{40}{72}$ أكبر مما هو عليه اثنين وسبعين مرة تحصل (١٥٦)

$$40 = \frac{40}{1} = \frac{72 \times 5}{8} \text{ أو } \frac{40}{72 : 72} = \frac{72 \times 5}{8}$$

وبالتأمل للطرف الثاني من هذه المتساوية يشاهد أنه عدد صحيح وحينئذ فيجب أن يكون طرفها الاول كذلك بمعنى أنه لا بد وأن يقسم العدد ٨ الحاصل 72×5 وحيث قد فرض أن عدد ٨ أولى مع عدد ٥ فيقسم اذن العدد ٧٢ (١٣٠)

وحيث أيضا ان خارج قسمة ٧٢ على ٨ هو ٩ أعني أن $72 = 9 \times 8$ فاذا أبدل في المتساوية السابقة عدد ٧٢ بالحاصل 9×8 يحدث $40 = \frac{9 \times 8 \times 5}{8}$ أو $40 = 9 \times 5$ واذن فقد ثبت المطلوب على أن العددين ٧٢ و ٤٥ هما مضاعفان للعددين ٨ و ٥

(١٦٨) القاعدة الثالثة - كل كسر حده أوليان معا يكون غير قابل للاختصار

ليكن الكسر المفروض هو $\frac{8}{9}$ الذي حده أوليان معا ثم نبرهن على أنه غير قابل للاختصار ولذلك نقول ان كل كسر يكافئ الكسر $\frac{8}{9}$ مثل $\frac{16}{18}$ و $\frac{24}{27}$... يجب أن لا يكون حده المضاعفين بالتناظر لحدى الكسر المفروض (١٦٧) أى مضاعفين للعددين ٨ و ٩ واذن فيكونان أكبر منهما بالتناظر وبناء عليه فلا يكون الكسر $\frac{8}{9}$ قابلا للاختصار

(١٦٩) ومما ذكره نتج أن كل كسرين غير قابلين للاختصار ومتكافئين يجب أن يكونا

متطابقين أعني أن بسطيهما متساويان ومقاميهما كذلك

وذلك لان التكافؤ هنا يستلزم أن يكون بسط أحدهما مضاعفا لبسط الآخر ومقامه مضاعفا لمقامه وهذا لا يتأتى الا اذا تساويا

(١٧٠) القاعدة الرابعة - لتحويل كسر الى أدق حديه بقا يقسم حده على قاسمه

المشترك الاعظم

وذلك لان العددين المتحصلين من القسمة يكونان أوليين معا (١١١) وكل كسر حده أوليان

معا يكون غير قابل للاختصار (١٦٨)

ليكن الكسر $\frac{34372}{13706}$ المراد تحويله الى أدق حديه بقا فاذا بحث عن القاسم المشترك الاعظم

بين حديه يعلم أنه ٥٠٤ ويقسمهما عليه نتوصل الى الكسر المكافئ له وهو $\frac{68}{27}$

(١٧١) تبيينه - والمعتاد في الاعمال أن يتدأ بقسمة حديه وكل خارج ينتج تدريجيا على العوامل المشتركة بينهما وهي ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٩ و ١٠٠ الخ وعندما يتوصل الى كسر لا يسهل معرفة العوامل المشتركة بين حديه بمجرد النظر فانه يبحث عن قاسمهما المشترك الاعظم ثم يقسم حدهما عليه

فاذا قسم هذا الكسر المتقدم وخارج القسم المتحصلة تدريجيا على العوامل ٩ و ٤ و ٢

$$\text{نتوصل الى الكسور الآتية } \frac{34272}{63706} = \frac{3808}{7084} = \frac{952}{1771} = \frac{476}{885}$$

وحيث ان حدى الكسر الاخير لا يمكن ادراك قاسمهما المشترك بمجرد النظر فيبحث عن قاسمهما المشترك الاعظم فيعلم أنه ٧ وبقسمة حدى الكسر $\frac{476}{885}$ على ٧ نتوصل الى

$$\frac{68}{1265} = \frac{476}{885} = \frac{952}{1771} = \frac{3808}{7084} = \frac{34272}{63706}$$

ولا فرق في الحقيقة بين الطريقتين لانا قد قسمنا حدى الكسر المفروض في الحالة الثانية على قاسمهما المشترك الاعظم (١٣٩)

الفصل الرابع

(في تحويل الكسور الى ذات مقام مشترك)

(١٧٢) الغرض من تحويل عدة كسور الى ذات مقام مشترك هو استعواض الكسور المفروضة بأخرى مكافئة لها تكون مقاماتها متحدة

(١٧٣) يوجد أحوال ثلاثة لتحويل الكسور الى ذات مقام مشترك

(١٧٤) الحالة الاولى - اذا أريد تحويل كسرين الى ذات مقام مشترك لهما انضرب

حدى الكسر الاول في مقام الكسر الثانى وحدى الكسر الثانى في مقام الكسر الاول

فاذا أريد مثلا تحويل الكسرين $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{7}$ الى ذات مقام مشترك لهما نتحصل على مقتضى القاعدة الكسران

$$\frac{10}{21} \text{ و } \frac{14}{21} \text{ أو } \frac{2 \times 5}{3 \times 7} \text{ و } \frac{5 \times 2}{7 \times 3}$$

وهذان الكسران الجديان مكافئان للفروضين لانه تقدم بكرة (١٥٩) أن قيمة الكسر

لا تتغير اذا ضرب حده في عدد واحد وأما مقاماهما فهما متساويان لان $3 \times 7 = 7 \times 3$

(١٧٥) تنبيه - اذا كان مقام أحد الكسرين مضاعفاً للثاني فإنه يمكن جعله مقاما مشتركا للكسرين وحينئذ فلا يحصل التغيير الا في الثاني فقط بواسطة ضرب حديه في خارج قسمة المقام المضاعف على مقامه

فاذا فرض الكسران $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{8}$ وأريد تحويلهما الى ذاتي مقام مشترك يقال حيث ان مقام الكسر الثاني $8 = 4 \times 2$ فيضرب حدى الكسر الاول في ٢ يحدث الكسران $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{8}$ وهما متحدان في المقام وصورتهما أبسط من صورتي الكسرين $\frac{24}{32}$ و $\frac{20}{32}$ اللتين نتوصل اليهما من العملية الاولى غرة (١٧٤)

(١٧٦) الحالة الثانية - أن يكون المطلوب تحويل عدة كسور مفروضة الى ذات مقام مشترك لها والقاعدة العمومية لذلك أن يضرب جدا كل كسر منها في حاصل ضرب مقامات الكسور الاخرى فاذا فرضت الكسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{9}$ فانها تؤول الى

$$\frac{7 \times 5 \times 3}{9 \times 5 \times 3} \text{ و } \frac{4 \times 3 \times 5}{5 \times 3 \times 9} \text{ أو } \frac{70}{100} \text{ و } \frac{84}{100} \text{ و } \frac{90}{100}$$

وهذه كسور مكافئة للكسور المفروضة لانه لا يتغير قيمة الكسر بضرب حديه في عدد واحد (١٥٩) ومتحدة في المقام لتركب مقام كل منها من عين العوامل المتركة منها الاخر وهي ٣ و ٥ و ٧

(١٧٧) تنبيه - اذا كان أحد مقامات الكسور المفروضة مضاعفاً لجميع المقامات الاخر فإنه يمكن جعله مقاما مشتركا لها بواسطة ضرب حدى كل كسر منها في خارج قسمة المقام المضاعف على مقامه وبذا لا يحصل التغيير الا في باقي الكسور ودونه

فاذا فرضت الكسور $\frac{3}{8}$ و $\frac{5}{16}$ و $\frac{7}{32}$ يقال حيث ان مقام الكسر الثالث $32 = 8 \times 4$ أو 16×2 فيضرب خد الكسر الاول في ٤ وحدا الكسر الثاني في ٢ وبذلك نتوصل للكسور الآتية

$$\frac{4 \times 3}{4 \times 8} \text{ و } \frac{2 \times 5}{2 \times 16} \text{ أو } \frac{7}{32} \text{ و } \frac{10}{32} \text{ و } \frac{14}{32}$$

وهي كسور متحدة المقام وأبسط من الكسور $\frac{1037}{4096}$ و $\frac{1280}{4096}$ و $\frac{896}{4096}$ التي نتوصل اليها باستعمال الطريقة الاولى غرة (١٧٦)

(١٧٨) الحالة الثالثة - أن يكون المطلوب تحويل عدة كسور الى أصغر مقام مشترك لها قد علمنا من التنبيهين المذكورين في الحالتين المتقدمتين ان كان تحويل عدة كسور الى ذات

مقام مشترك لها أبسط من المقام المشترك الذي يتحصل لو اتبعنا القاعدة العمومية والآن نرى من المفيد تحويل عدة كسور الى أصغر مقام مشترك لها

فإذا أريد تحويل الكسور $\frac{5}{12}$ و $\frac{7}{16}$ و $\frac{13}{60}$ و $\frac{17}{72}$ الى أصغر مقام مشترك لها يجب التحقق أولاً من أن جميعها غير قابل للاختصار بحيث لو كان الأمر بخلاف ذلك وجب تحويل كل منها الى أدق حدين رقياً

وحيث أن الكسور المفروضة في هذا المثال موفية للشرط المذكور أي غير قابلة للاختصار لزم البحث عن كسور أخرى مكافئة لها تكون متحدة في المقام بحيث يكون هذا المقام المشترك أصغر ما يمكن وجوده لها

ومن المعلوم أن كل كسر يكافئ أي كسر من الكسور المفروضة يجب أن يكون حده مضاعف من بالتناظر لحدي الكسر المذكور (١٦٧) وحينئذ يكون المقام المشترك للكسور المطلوبة المكافئة للكسور المفروضة مضاعفاً مشتركاً للمقامات ١٢ و ١٦ و ٦٠ و ٧٢ وبناء عليه يكون هو أصغر مضاعف مشترك لها ومقداره هو ٧٢٠ (١٤٠)

غير أنه للوصول الى كسر يكافئ الكسر $\frac{5}{12}$ بحيث يكون مقامه مساوياً ٧٢٠ يجب بضاهة ضرب حدينه في خارج قسمة عدد ٧٢٠ على مقامه ١٢ ومثل ذلك يجري في باقي الكسور المفروضة وصورة العمل هكذا

الكسور المفروضة

$$\frac{5}{12} \text{ و } \frac{7}{16} \text{ و } \frac{13}{60} \text{ و } \frac{17}{72}$$

المقامات محللة الى عواملها الأولية

$$2^3 \times 3 \times 5 \text{ و } 2^4 \times 3 \text{ و } 2^2 \times 3 \times 5 \text{ و } 2^3 \times 3^2$$

المضاعف المشترك الأصغر للمقامات (١٤٠)

$$720 = 5 \times 2^4 \times 3^2$$

خارج قسمة المضاعف الأصغر على المقامات

$$2^3 \times 3 \times 5 \text{ و } 2^4 \times 3 \times 5 \text{ و } 2^2 \times 3 \times 5 \text{ و } 2^3 \times 3^2 \text{ أو } 60 \text{ و } 90 \text{ و } 120 \text{ و } 180$$

الكسور المكافئة للكسور المفروضة

$$\frac{5 \times 60}{12 \times 60} \text{ و } \frac{7 \times 90}{16 \times 90} \text{ و } \frac{13 \times 120}{60 \times 120} \text{ و } \frac{17 \times 180}{72 \times 180} \text{ أو } \frac{5 \times 120}{12 \times 120} \text{ و } \frac{7 \times 180}{16 \times 180} \text{ و } \frac{13 \times 180}{60 \times 180} \text{ و } \frac{17 \times 180}{72 \times 180}$$

(١٧٩) التنبيه الاول - من المعتاد في الاعمال الا كتفاء بضرب بسوط الكسور في خوارج
القسمة المناظرة لها الماهوم معلوم من أن حواصل ضرب المقامات في الخوارج المذكورة متساوية
جميعها ومساو كل منها المضاعف الاصغر المشترك الذي علم

(١٨٠) التنبيه الثاني - يستحسن دائماً تحليل مقامات الكسور الى عواملها الاولى
لسهولة تعيين خارج قسمة المضاعف المشترك الاصغر بينهما عليها وطريقة العمل هذه سريعة جداً
ومفيدة خصوصاً عندما يراد تطبيقها على أعداد كبيرة فيقال

$$, 70 = 5 \times 3 \times 2 = \frac{5 \times 3 \times 2}{3 \times 2} = 12 : 720$$

$$, 40 = 5 \times 2 = \frac{5 \times 3 \times 2}{2} = 16 : 720$$

$$, 12 = 3 \times 2 = \frac{5 \times 3 \times 2}{5 \times 3 \times 2} = 60 : 720$$

$$10 = 5 \times 2 = \frac{5 \times 3 \times 2}{3 \times 2} = 72 : 720$$

(١٨١) القاعدة العمومية لتحويل عدة كسور الى أصغر مقام مشترك لها تحول هذه
الكسور أولاً الى أدق حدين ارقا ان احتاج الامر ذلك ثم يبحث عن المضاعف الاصغر المشترك
لجميع المقامات ويضرب بسط كل واحد من الكسور المفروضة في خارج قسمة المضاعف المشترك
الاصغر على مقامه وتجعل حواصل الضرب بسوطا ومقاماتها المضاعف المشترك الاصغر المذكور
(١٨٢) تنبيه - اذا كانت مقامات الكسور المفروضة أولية معا فان المضاعف
المشترك الاصغر لها يكون مساوياً ضرورة لحاصل ضرب المقامات في بعضها وفي هذه الحالة
يرجع الامر الى القاعدة العامة (مرة ١٧٦)

(١٨٣) عملية تحويل الكسور الى ذات مقام مشترك كثيرة الفوائد في الاعمال وخصوصاً
في عمليتي جمع الكسور الاعتيادية وطرحها كما سيأتي الكلام عليها وكذا فيما اذا أريد مقارنة
كسرين مفروضين ببعضهما والحكم على أيهما أكبر وأصغر من الثاني

فاذا أريد مقارنة الكسرين $\frac{22}{7}$ و $\frac{300}{113}$ فانه لا يتأتى مطلقاً بمجرد النظر اليهما معرفة أيهما
أكبر من الثاني أما اذا صار تحويلهما الى ذات مقام مشترك بأن صار $\frac{2486}{791}$ و $\frac{2480}{791}$ فانه
يحكم في الحال على أن الكسر الاول يزيد عن الكسر الثاني بالمقدار $\frac{1}{791}$

الفصل الخامس

(في عمليات الكسور الاعتيادية)

(في الجمع)

(١٨٤) الغرض من جمع كسرين أو جملة كسور مفروضة ضم وحداتها الصحيحة وأجزائها المشتقة عليها إلى بعضها ليتكون منها عدد واحد صحيح أو كسرى أو كسر

(١٨٥) والقاعدة العامة لجمع جملة كسور أن تحول إلى ذات مقام مشترك أن اقتضى الحال ذلك ثم تجمع البسوط على بعضها ويجعل حاصل جمعها بسطا يكون مقامه المقام المشترك لها

فإذا أريد جمع الكسور $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{12}$ يتبدأ أولاً باتحاد مقاماتها حيث لا يصح جمع جملة كميات إلا إذا كانت من نوع واحد واذن فلا تجمع الاثلاث على الأربع على الأثمان وهكذا وحيث أن ٢٤ هو المضاعف المشترك الأصغر لمقامات الكسور المفروضة فتؤول إلى

$$\frac{16}{24} + \frac{15}{24} + \frac{18}{24} + \frac{17}{24}$$

وعلى مقتضى القاعدة يكون حاصل جمعها هو

$$\frac{16+15+18+17}{24} \text{ أو } \frac{73}{24} \text{ أو } 3 \frac{10}{24} \text{ أو } 3 \frac{5}{12}$$

ودليل ذلك أنه لما كانت تلك الكسور تدل على أن الواحد منقسم في كل منها إلى ٢٤ جزءاً متساوية وأخذ منها للكسر الأول ١٦ جزءاً وللثاني ١٨ وللثالث ١٥ وللرابع ١٤ فهي اذن من نوع واحد ويكون مجموعها عبارة عن ضم هذه الأجزاء إلى بعضها ونسبة الناتج إلى نوع التقسيم وهذا هو عبارة عن جمع بسوطها على بعضها وجعل الناتج بسطاً للمقام المشترك

(١٨٦) أما إذا كانت الكسور المراد جمعها مصحوبة بأعداد صحيحة وجب أولاً جمع الكسور على حدها واستخراج الوحدات الصحيحة التي يمكن وجودها في الحاصل وضمها إلى حاصل جمع الأعداد الصحيحة المصاحبة للكسور

فإذا أريد جمع هذه الأعداد الكسرية $3 \frac{2}{5} + 2 \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + 4$ نجم الكسور أولاً هكذا

$$1 \frac{31}{40} = \frac{71}{40} = \frac{20}{40} + \frac{30}{40} + \frac{17}{40} = \frac{5}{8} + \frac{3}{4} + \frac{2}{5}$$

ثم نجمع الأعداد الصحيحة فيحصل منها

$$9 = 4 + 2 + 3$$

ويكون إذن حاصل الجمع الكلى هو

$$\frac{31}{40} + 10 = \frac{31}{40} + 1 + 9$$

(فى الطرح)

(١٨٧) الغرض من عملية طرح الكسور اسقاط جميع الوحدات وأجزائها المشتمل عليها المطروح من المطروح منه صحيحا كان أو كسرا ليحصل الباقي

(١٨٨) والقاعدة العامة لطرح كسر من آخر يبدأ بتحويله مالى كسرين ذاتى مقام مشترك إذا لم يكونا كذلك من قبل ثم يطرح بسط كسر المطروح من بسط كسر المطروح منه ويجعل الباقي بسطا ومقامه المقام المشترك للكسرين المفروضين

فعلى هذا إذا أريد طرح $\frac{2}{3}$ من $\frac{3}{2}$ أجرى العمل هكذا

$$\frac{1}{12} = \frac{8}{12} - \frac{9}{12} = \frac{2}{3} - \frac{3}{2}$$

ودليل ذلك أنه لما كان الكسران من نوع واحد فطرح أحدهما من الآخر يستلزم طرح الأجزاء المشتمل عليها المطروح من الأجزاء المشتمل عليها المطروح منه ونسبة الباقي الى نوع التقسيم أعنى جعل الباقي بسطا لمقام الكسرين المشترك وهذا هو عين ما ذكره القاعدة العامة (١٨٩) تنبيه - يشترط هنا فى عملية الطرح أن يكون كسر المطروح أصغر من كسر المطروح منه

(١٩٠) أما إذا كانت الكسور مصحوبة بأعداد صحيحة فإنه يطرح الكسران أولا من بعضهما ثم الصحيحان كذلك ويضم الناتجان الى بعضهما

فعلى هذا إذا أريد طرح العدد الكسرى $2\frac{4}{11}$ من العدد الكسرى $2\frac{3}{7}$ يبدأ أولا بطرح الكسر $\frac{4}{11}$ من $\frac{3}{7}$ هكذا

$$\frac{0}{77} = \frac{28}{77} - \frac{33}{77} = \frac{4}{11} - \frac{3}{7}$$

ثم يطرح بعد ذلك الصحيح من الصحيح هكذا

$$4 = 2 - 6$$

ويكون باقي الطرح الكلى هو $\frac{0}{77} + 4$ أعني أن

$$4 + \frac{0}{77} = 2 \frac{4}{11} - 6 \frac{3}{7}$$

(١٩١) تنبيه أول - من المعلوم أن العدد الصحيح المطروح منه يجب أن يكون دائماً أكبر العددين الصحيحين المفروضين حتى يتأتى الطرح غير أن هذا الشرط ليس بضروري في الكسرين لأنه قد يكون كسر المطروح أكبر من كسر المطروح منه ومع ذلك فإن عملية الطرح تكون ممكنة دائماً

وذلك لأنه لما كان كسر المطروح حقيقياً دائماً أي أقل من الواحد فإنه يضمه إلى العدد الصحيح المصاحب له لا يتحصل منهما عدداً أكبر من المطروح منه وبذلك تكون العملية ممكنة دائماً فعلى هذا إذا أريد طرح $7 \frac{3}{5}$ من $8 \frac{1}{4}$ يقال حيث أن العدد الكسرى $7 \frac{3}{5}$ أصغر من ٨ فتكون عملية الطرح ممكنة ولو أن الكسر $\frac{3}{5}$ أكبر من الكسر $\frac{1}{4}$

ولاجراء عملية الطرح في هذه الحالة يتبدأ أولاً بتحويل الكسرين إلى آخرين متحدى المقام

$$\text{فيحدث} \quad 8 \frac{1}{4} - 7 \frac{3}{5} = 8 \frac{5}{20} - 7 \frac{12}{20}$$

ثم يقال حيث أن كسر المطروح $7 \frac{12}{20}$ أكبر من كسر المطروح منه $8 \frac{5}{20}$ فيستعار في مثل هذه الحالة لكسر المطروح منه واحد من العدد الصحيح ٨ المصاحب له ويحول إلى عدد كسرى من جنس الاشارة ويضم إلى كسر المطروح منه فيحدث

$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2} + \frac{0}{20} = 1 + \frac{0}{20}$$

وبذلك تؤول المسألة إلى طرح $7 \frac{12}{20}$ من $7 \frac{10}{20}$ ومنه يتحصل

$$\frac{9}{20} = 7 \frac{12}{20} - 7 \frac{10}{20}$$

(١٩٢) تنبيه ثان - ما تقدم ذكره في التنبيه السابق ينطبق على الحالة التي يكون فيها

العدد الصحيح المراد طرحه هو المسبوق بكسر فقط دون العدد الصحيح المطروح منه

فاذا أريد طرح $9 \frac{4}{5}$ من ١٣ فيجري العمل هكذا

$$13 - 9 \frac{4}{5} = 12 \frac{5}{5} - 9 \frac{4}{5} = 3 \frac{1}{5}$$

(في الضرب)

(١٩٣) لما كان لا يمكن تطبيق التعريف العام لضرب الأعداد الصحيحة على جميع أحوال

ضرب الكسور ناسب الاضرب الآن عن ذكر تعريف خاص بضرب الكسور الاعتبارية حتى

يتأتى لنا استنتاجهم من ممارسة أحوال ضرب الكسور

(١٩٤) يوجد أحوال أربعة لضرب الكسور الاعتيادية

(١٩٥) الحالة الاولى - أن يكون المضروب كسرا والمضروب فيه عددا صحيحا

فإذا أريد مثلا ضرب $\frac{3}{4}$ في ٤ نقول اذا طبقناها تعريف ضرب الاعداد الصحيحة على هذا المثال نرى أنه يلزم لتحصيل الحاصل المطلوب تكرار المضروب $\frac{3}{4}$ أربع مرات أى تكبيره أربع مرات وحيث أنه قد شوهد بمرّة (١٥٦) أنه يجب لمثل هذه العملية ضرب بسط الكسر

$$\text{في ٤ حدث} \quad \frac{3}{4} \times 4 = \frac{3}{1} = \frac{4 \times 3}{4} = 3$$

(١٩٦) وحيث أن القاعدة العامة لضرب كسر في صحيح بضرب بسط الكسر في العدد الصحيح ويجعل الناتج بسطا يكون مقامه مقام الكسر المفروض

(١٩٧) تنبيه - عوضا عن ضرب بسط الكسر في العدد الصحيح يقسم مقامه على هذا العدد الصحيح ان تبسرت القسمة حيث يتوصل بهذه العملية الى كسر أبسط كما ذكر ذلك بمرّة (١٥٦)

فإذا أريد مثلا ضرب $\frac{3}{4}$ في ٤ حدث

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4 \div 4} = 3 \times \frac{3}{1}$$

(١٩٨) الحالة الثانية - أن يكون المضروب عددا صحيحا والمضروب فيه كسرا

فإذا أريد ضرب ٢٠ في $\frac{3}{4}$ نقول

اننا قد استعنا في البرهنة على الحالة الاولى بالتعريف العمومي لضرب الاعداد الصحيحة غير أنه لا يمكننا إلا - تعانة به هنا أى فيما اذا كان المضروب فيه كسرا اذ لا معنى له حيث لا يتأتى لنا أن نقول لضرب العدد الصحيح ٢٠ في الكسر $\frac{3}{4}$ يجب تكرار المضروب ٢٠ مرات قدرها $\frac{3}{4}$ ولذا يجب النظر في تعريف يوافق أحوال ضرب الكسور الاعتيادية فنقول من المعلوم أنا اذا فرضنا أن ثمن المتر الواحد من قاش ما يعادل ٢ فرنكا وأردنا أن نأول شراء ثلاثة أمتار منه ثم شراء $\frac{3}{4}$ من المتر منه أيضا يلزم لتحصيل الثمن في الحالة الاولى ضرب عدد ٢ في ٣ وهذا مطابق لضرب الاعداد الصحيحة وأما لتحصيل الثمن في الحالة الثانية فلا ينبغي لنا اتباع السير المتقدم بل نقول حيث ان ثمن المتر الواحد يعادل ٢ فرنكا فلا يعادل ضرورة ثمن $\frac{3}{4}$ المتر الا ثلاثة أخماس مبلغ ٢ فرنكا أى يعادل ثلاثة أمثال خمس العشرين فرنكا وحيث ان خمس العشرين فرنكا هو ٤ فرنكات فتلاثة أمثال هذا الخمس تعادل ٣ فرنكات $4 \times 3 = 12$ فرنكا

ومما ذكرنا أنه للوصول إلى حاصل الضرب المطلوب قد استغنا بعمليتين أحدهما أخذت من المضروب وثانيته ما تكراره ثلاث مرات وحيث نرى أن حاصل الضرب قد تألف من المضروب كما تألف المضروب فيه من الآحاد واذن فيمكننا أن نستنتج التعريف العام الآتي لضرب الكسور الاعتيادية

(١٩٩) لضرب الكسور الاعتيادية يجب تحصيل عدد يتألف من المضروب كما تألف المضروب فيه من الآحاد

وبناء على هذا التعريف العمومي إذا أريد ضرب عدد ١٧ في $\frac{٥}{٨}$ نقول حيث أن المضروب فيه مؤلف من خمسة أمثال ثمن الواحد في تألف حاصل الضرب اذن من خمسة أمثال ثمن المضروب ١٧ وحيث أن ثمن المضروب ١٧ يعادل $\frac{١٧}{٨}$ وخمسة أمثال هذا الثمن تعادل $\frac{٥ \times ١٧}{٨}$ فيكون

$$١٠ \cdot \frac{٥}{٨} = \frac{٨٥}{٨} = \frac{٥ \times ١٧}{٨} = \frac{٥}{٨} \times ١٧$$

(٢٠٠) فالقاعدة العامة لضرب عدد صحيح في كسر يضرب العدد الصحيح في بسط الكسر ويجعل الناتج بسطا ومقامه مقام الكسر المفروض

(٢٠١) تنبيه - القاعدة العمومية للضرب في هذه الحالة الثانية هي عين القاعدة العمومية للضرب في الحالة الاولى وان كان البرهان فيه - مما متغيرا بمعنى أن ضرب عدد صحيح في كسر هو عين ضرب كسر في عدد صحيح

(٢٠٢) الحالة الثالثة - أن يكون كل من المضروب والمضروب فيه كسرا

فإذا أريد مثلا ضرب $\frac{٢}{٥} \times \frac{٣}{٤}$ نقول ان حاصل الضرب بناء على التعريف الجديد ثمرة (١٩٩) يتألف من المضروب $\frac{٢}{٥}$ كما تألف المضروب فيه $\frac{٣}{٤}$ من الواحد وحيث أن المضروب فيه يتألف من ثلاثة أمثال ربع الواحد في تألف حاصل الضرب اذن من ثلاثة أمثال ربع المضروب وحيث أن ربع المضروب $\frac{٢}{٥}$ يعادل $\frac{٢}{٤ \times ٥}$ (١٥٧) وثلاثة أمثال هذا الربع تعادل $\frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٥}$ (١٥٦) يكون

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٢٠} = \frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٥} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٥}$$

(٢٠٣) والقاعدة العمومية لضرب كسر في آخر يضرب البسطان في بعضهما والمقامان كذلك ويجعل الحاصل الاول بسطا والثاني مقامه

(٢٠٤) الحالة الرابعة - أن تكون الكسور المراد إجراء عملية الضرب عليها أو بعضها معصوبة بأعداد صحيحة

ففي هذه الحالة يحول كل عدد صحيح وكسر مصاحب له إلى عدد كسرى وفيهذه الكيفية يرجع الأمر إلى أحد الأحوال الثلاثة المتقدمة

مثال ذلك إذا أريد ضرب $\frac{3}{5} \times 7$ و $2 \times \frac{4}{7}$ و $\frac{3}{9} \times 4$ و $\frac{2}{3} \times 5$ و $\frac{7}{8} \times 0$ و $\frac{4}{11} \times 3$ فنجري العمل هكذا

$$\frac{3}{5} \times 7 = 7 \times \frac{3}{5} = \frac{7 \times 3}{5} = \frac{21}{5} = \frac{4}{5} \times 18 \text{ رجع الأمر إلى الحالة الأولى}$$

$$2 \times \frac{4}{7} = \frac{2}{1} \times \frac{4}{7} = \frac{2 \times 4}{7} = \frac{8}{7} = \frac{108}{7} = \frac{18 \times 6}{7} = \frac{18}{7} \times 6 = \frac{4}{7} \times 2 \text{ الثانية}$$

$$\frac{3}{9} \times 4 = \frac{3}{3 \times 3} \times 4 = \frac{3 \times 4}{3 \times 3} = \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \times 2 \text{ الثالثة}$$

$$\frac{7}{8} \times 0 = \frac{7}{11 \times 8} \times 0 = \frac{7 \times 0}{11 \times 8} = \frac{0}{88} = \frac{4}{11} \times 0 = 0 \text{ الرابعة}$$

(٢٠٥) تنبيهه - حاصل ضرب أى عدد صحيحاً كان أو كسرياً في كسرى يكون أكبر أو أصغر من هذا العدد على حسب ما يكون الكسر المفروض أكبر أو أصغر من الواحد وحينئذ فعملية ضرب الكسور الاعتيادية لا يلزمها فكرة الزيادة

(في ضرب عدة كسور في بعضها أو أخذ كسور الكسور)

(٢٠٦) يتوصل إلى حاصل ضرب عدة كسور في بعضها بالطريقة التي يتوصل بها لضرب عدة مضارب صحيحة بمعنى أن يضرب الكسر الأول في الثانى والحاصل يضرب في الثالث وهكذا وحاصل الضرب الأخير يكون هو حاصل الضرب المطلوب

فعلى هذا إذا أريد تحصيل حاصل ضرب الكسور $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{7}{9}$ لزم أولاً ضرب $\frac{2}{3}$ في $\frac{4}{5}$ ثم ضرب الناتج في $\frac{7}{9}$ وحيث أن $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ يعادل $\frac{8}{15}$ يكون

$$\frac{8}{15} \times \frac{7}{9} = \frac{8 \times 7}{15 \times 9} = \frac{56}{135} = \frac{7}{9} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$$

(٢٠٧) والقاعدة العمومية لضرب عدة كسور في بعضها أن ضرب البسوط في بعضها والمقامات كذلك ويجعل الحاصل الأول بسطاً والثانى مقاماً له

(٢٠٨) تنبيه أول - يمكن تطبيق قاعدة هذه الحالة فيما إذا كان أحد العوامل عدداً صحيحاً وذلك لأن كل عدد صحيح يمكن أن يجعل له مقام مساو للوحدة

مثال ذلك

$$\frac{11 \times 2 \times 8 \times 5 \times 3}{3 \times 6 \times 4} = \frac{11}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{8}{1} \times \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = 11 \times \frac{2}{3} \times 8 \times \frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$$

(٢٠٩) تنبيه ثان - يمكن اعطاء حاصل ضرب عدة كسور في بعضها معنى آخر ناتجة من

تسميتها بكسور الكسور فكما يقال المطلوب تحصيل الحاصل $12 \times \frac{7}{9} \times \frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$ فانه يقال أيضا المطلوب أخذ $\frac{3}{4}$ من $\frac{5}{7}$ من $\frac{7}{9}$ من ١٢ ولذلك يبدأ بأخذ $\frac{7}{9}$ من ١٢ ثم أخذ $\frac{5}{7}$ الناتج وأخذ $\frac{3}{4}$ الناتج الاخير وهكذا وعليه يكون

$$\frac{3 \times 5 \times 7 \times 12}{4 \times 9 \times 7} = \frac{3}{4} \text{ من } \frac{5}{7} \text{ من } \frac{7}{9} \text{ من } 12$$

(٢١٠) تنبيه ثالث - قبل تحصيل حاصل ضرب المضارب الموجودة في كل من البسط والمقام يجب حذف المضارب المشتركة فيهما

ففي المثال السابق يمكن حذف العامل ٣ الكائن في البسط والكائن في العامل ٩ من المقام وكذا يمكن حذف العامل ٣ أيضا الموجود في البسط في العامل ١٢ وفي المقام في العامل ٩ وكذا يمكن حذف العامل ٤ الموجود في البسط في العامل ١٢ وفي المقام وبذلك يؤول الحاصل الى

$$5 \times \frac{5}{7} = \frac{35}{7} = \frac{5 \times 7}{1}$$

(٢١١) حاصل ضرب عدة مضارب صحيحة كانت أو كسرية لا يتغير مهماتها غير وضع المضارب مثاله

$$\frac{7}{9} \times 8 \times \frac{3}{11} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{11} \times 8 \times \frac{2}{3} \times \frac{7}{9}$$

وذلك لانه يحصل من الوضع الاول الحاصل $\frac{3 \times 8 \times 2 \times 7}{11 \times 3 \times 9}$ ومن الوضع الثاني الحاصل $\frac{7 \times 8 \times 3 \times 2}{9 \times 11 \times 3}$ وهما حاصلان متساويان لان بسطيهما من مكان مضارب واحدة وان اختلف ترتيب وضعيهما ومقاميهما كذلك

(٢١٢) حيث اننا قد استنتجنا من تطبيق الخواصية المذكورة على الاعداد الصحيحة عدة خواص أخرى تتعلق بحاصل ضرب الاعداد الاولية فلا نرى هنا مانعا أيضا من استنتاج عين الخواص المذكورة وتطبيقها على الكسور الاعتيادية .

(في قسمة الكسور)

(٢١٣) التعريف العام لقسمة الكسور هو .

القسمة عملية الغرض منها اذا علم حاصل ضرب عاملين وأحدهما فانه يطلب تعيين العامل الثاني

(٢١٤) لقسمة الكسور الاعتيادية أحوال أربع

(٢١٥) الحالة الاولى - أن يكون المقسوم كسرا والمقسوم عليه عددا صحيحا مثل $\frac{3}{5}$ على ٤ نقول يجب على مقتضى تعريف قسمة الكسور البحث عن العدد الذى اذا ضرب فى المقسوم عليه ٤ يتحصل المقسوم $\frac{3}{5}$ واذن فيكون العدد المبحوث عنه أصغر من المقسوم $\frac{3}{5}$ أربع مرات وقد شوهد بنمرة (١٥٧) أن الكسر يصغر عن أصله أربع مرات اذا ضرب مقامه فى ٤ وبناء على ذلك يكون

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5 \times 4} = 4 : \frac{3}{5}$$

(٢١٦) فالقاعدة العامة لقسمة كسر على عدد صحيح يضرب مقام الكسر فى العدد الصحيح

(٢١٧) تنبيه - يستعوض دائما ضرب مقام الكسر فى العدد الصحيح بقسمة بسط الكسر على العدد الصحيح متى كانت عملية القسمة ممكنة اذ يتوصل من ذلك الى كسر أبسط مثاله اذا أريد قسمة $\frac{2}{7}$ على ٤ يحدث

$$\frac{2}{7} = \frac{4 : 2}{7} = 4 : \frac{2}{7}$$

(٢١٨) الحالة الثانية - أن يكون المقسوم عددا صحيحا والمقسوم عليه كسرا مثل ٤ : $\frac{3}{5}$ نقول يجب على مقتضى تعريف القسمة البحث عن العدد الذى اذا ضرب فى المقسوم عليه $\frac{3}{5}$ يتحصل المقسوم ٤ غير أن ضرب أى عدد فى $\frac{3}{5}$ هو عبارة عن أخذ ثلاثة أخماسه وبناء عليه يكون $\frac{3}{5}$ العدد المبحوث عنه مساويا ٤ ويكون خمس العدد المذكور مساويا لثلاث عدد ٤ أى $\frac{4}{3}$ ويكون الخارج بتمامه مساويا لضرورة الى خمسة أمثال الخمس أى الى خمسة أمثال $\frac{4}{3}$ أو $\frac{4}{3} \times 5$ واذن يكون

$$\frac{2}{3} = \frac{5 \times 4}{3} = 4 : \frac{3}{5}$$

ثم اذا مرنا خارج القسمة المطلوب بحرف خ أمكن اختصار البراهين المتقدمة على الصورة الآتية وهى

$$\text{من المعلوم أن } 4 = \frac{3}{5} \times \text{خ} \text{ أو } 4 = \text{خ} \times \frac{3}{5}$$

$$\text{فيكون } \frac{4}{3} = \frac{3}{5} : 4 = \text{خ} \times \frac{1}{3} \text{ ويكون } \frac{4}{3} = 5 \times \frac{4}{3} = \text{خ}$$

والمقدار $\frac{5 \times 4}{3}$ يمكن اعتباره كأنه ناتج من ضرب ٤ $\times \frac{5}{3}$ أى من ضرب عدد ٤ فى كسر المقسوم عليه $\frac{3}{5}$ مقابلا

(٢١٩) فالقاعدة العمومية لقسمة عدد صحيح على كسر يضرب العدد الصحيح في كسر المقسوم عليه مقلوبا

(٢٢٠) تنبيهه - ينتج من القاعدة السابقة أن خارج قسمة الواحد الصحيح على أي كسر هو عين الكسر مقلوبا فعلى هذا يكون

$$\frac{0}{3} = \frac{3}{0} : 1$$

(٢٢١) الحالة الثالثة - أن يكون كل من المقسوم والمقسوم عليه كسرا مثل $\frac{4}{7}$ على $\frac{3}{5}$ نقول ان هذه الحالة لا تخالف الحالة السابقة عملا وبرهانا فيبحث عن العدد الذي اذا ضرب في المقسوم عليه $\frac{3}{5}$ يتحصل المقسوم $\frac{4}{7}$ واذن فثلاثة أخماس خارج القسمة مساو للمقسوم ويكون خمس خارج القسمة مساويا لثالث المقسوم أي مساويا الى $\frac{4}{3 \times 7}$ ويكون خارج القسمة الكلي مساويا لخسة أمثال هذا الناتج أي مساويا الى $\frac{0 \times 4}{1 \times 7}$ واذن يكون

$$\frac{4}{7} = \frac{3}{5} \times \text{خ} \quad \text{أو}$$

$$\frac{4}{7} = \text{خ} \times \frac{3}{5} \quad \text{أو}$$

$$\frac{4}{3 \times 7} = 3 : \frac{4}{7} = \text{خ} \times \frac{1}{5} \quad \text{أو}$$

$$\frac{20}{21} = \frac{0}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{0 \times 4}{3 \times 7} = 0 \times \frac{4}{3 \times 7} = \text{خ}$$

(٢٢٢) فالقاعدة العامة لقسمة كسر على آخر يضرب كسر المقسوم في كسر المقسوم عليه مقلوبا

(٢٢٣) ويمكن لقسمة كسر على آخر قسمة بسط المقسوم على بسط المقسوم عليه وجعل الناتج بسطا وقسمة مقام المقسوم على مقام المقسوم عليه وجعل الناتج مقامالاول اذا كانت عملية القسمة فيهما ممكنة اذ يتوصل بذلك الى كسر أبسط فاذا أريد قسمة

$$\frac{2}{3} \text{ على } \frac{4}{7} \text{ يتحصل } \frac{4 \div 8}{7 \div 21} = \frac{2}{3}$$

وذلك لانه ظهر من البراهين المتقدمة لزوم أخذ ربع المقسوم أولا وهذا يؤول الى $\frac{4 \div 8}{21}$

$$\text{ثم تكرر هذا الربع ٧ مرات هكذا } \frac{4 \div 8}{7 \div 21} = \frac{2}{3}$$

(٢٢٤) الحالة الرابعة - أن تكون الكسور المراد اجراء عملية القسمة عليها أو بعضها مصحوبة بأعداد صحيحة

واللازم اجراؤه في مثل هذه الحالة أن يحول كل عدد صحيح والكسر المصاحب له الى عدد كسرى وبذلك يرجع الامر الى أحد الاحوال الثلاثة الماضية كما ذكر نظير ذلك في ضرب الكسور فاذا أريد قسمة $\frac{4}{7} : 3 = \frac{4}{7} : \frac{3}{1} = 0 \frac{4}{7}$ فانه يجري العمل كما يأتي

$$\frac{220}{329} = \frac{9 \times 20}{47 \times 7} = \frac{47}{9} : \frac{20}{7} = 0 \frac{4}{7} : 3 \frac{4}{7}$$

(مسائل تطبيقية على الكسور الاعتيادية)

(١) اذا كان مجموع عددين مساويا ٤٠ وكان أصغرهما مساويا $\frac{3}{5}$ الاكبر والمطلوب تعيين العددين المذكورين

حل هذه المسئلة نقول حيث ان العدد الاصغر هو $\frac{3}{5}$ الاكبر فلو قسمنا العدد الاكبر الى خمسة أقسام متساوية كان العدد الاصغر مساويا قيمة ثلاثة أجزاء منها وبناء عليه فيحتوى المجموع ٤٠ على ثمانية أجزاء من هذه الأجزاء فاذا أخذ ثمنه وهو ٥ كان هو مقدار الخمس الواحد وحيث ان العدد الاكبر يساوى خمسة أجزاء من هذه الأقسام فيكون هو ٢٥ وحيث أيضا ان العدد الاصغر مساو ثلاثة أجزاء منها فيكون مقداره هو ١٥ وجمع القسمين على بعضهما ٢٥ + ١٥ يتحصل المجموع ٤٠

(٢) المطلوب تعيين عددين مجموعهما يساوى ١٠٠ بحيث لو ضم سدس الاكبر الى الاصغر تحصل ناتجان متساويان

حل هذه المسئلة نقول يؤخذ من منطوق المسئلة أنه اذا قسم الاكبر الى ستة أقسام متساوية كان الاصغر مساويا الى أربعة أجزاء منها لانه اذا طرح من الأجزاء الستة واحد وضم الى الأربعة أجزاء كان كل ناتج منهما مساويا خمسة أجزاء واذن فيكون المجموع ١٠٠ مؤلفا من عشرة أجزاء من هذه الأقسام ويكون مقدار القسم الواحد منها مساويا ١٠ ويكون مقدار العدد الاكبر ٦٠ ومقدار العدد الاصغر ٤٠

(٣) ساح رجل بعض أشهر مدن أوروبا فصرف في باريس $\frac{3}{8}$ النقود التي كانت معه وفي لوندرة $\frac{1}{4}$ ما بقى معه وفي برلين ربع ما بقى معه وفي القسطنطينية نصف ما بقى معه ورجع وطنه ببلغ ١٣٥ جنيه والمطلوب معرفة ما كان معه من النقود وما صرفه في كل مدينة حل هذه المسئلة نقول حيث انه صرف بالقسطنطينية نصف ما كان معه من النقود ورجع ببلغ ١٣٥ جنيه فيكون المبلغ الذى كان معه عند دخوله القسطنطينية هو ٢٧٠ جنيه

صرف نصفه بها ١٣٥ جنيه وبقي نصفه معه وكذا حيث انه صرف في برلين ربع الباقي معه من النقود وبقي معه ٢٧٠ جنيه وهو قيمة ثلاثة ارباع النقديّة التي كانت معه عند دخوله برلين فيكون مقدار ما صرفه في برلين هو $\frac{1}{4}$ من ٢٧٠ أى ٩٠ جنيها ويكون مقدار نقوده عند دخوله برلين هو ٣٦٠ جنيه

وكذا حيث انه صرف في لوندرة $\frac{2}{5}$ ما كان معه من النقود عند زيارته تلك المدينة وعلم أنه خرج منها بمبلغ ٣٦٠ جنيه فيكون هذا المبلغ هو $\frac{3}{5}$ النقود التي دخل بها لوندرة وعليه فيكون $\frac{1}{5}$ مبلغ ٣٦٠ أو ١٢٠ جنيه يعادل خمس النقود التي كانت معه قبل دخوله لوندرة ويكون قيمة ما صرفه في الذي يعادل الخمسين هو ٢٤٠ جنيه ومقدار النقود التي كانت معه قبل دخوله لوندرة هو $٣٦٠ + ٢٤٠ = ٦٠٠$ جنيه

وكذا حيث انه صرف في باريس $\frac{3}{8}$ ما كان معه من النقود فيكون الباقي معه بعد خروجه من باريس هو $\frac{5}{8}$ جميع نقوده وحيث ان $\frac{5}{8}$ النقود يعادل ٦٠٠ جنيه فيكون $\frac{1}{8}$ من ٦٠٠ أى ١٢٠ جنيه يعادل ثمن الذي صرفه واذن مقدار ما صرفه في باريس هو ١٢٠×٣ أى ٣٦٠ جنيه ويكون مقدار النقود التي دخل بها باريس هو ٩٦٠ جنيه

ولاجل التحقيق تجمع المبالغ التي صرفها في كل مدينة على المبلغ الذي بقي معه فلا بد وأن يكون مجموعها مساويا ٩٦٠ جنيه وتوضع الاعمال هكذا

أصل النقود التي كانت معه	٩٦٠	جنيه
قيمة ما صرفه في باريس وهو $\frac{3}{8}$ من ٩٦٠ أى	٣٦٠	جنيه
المبلغ الذي خرج به من باريس هو	٦٠٠	
ما صرفه في لوندرة وهو $\frac{2}{5}$ ما بقي معه أى	٢٤٠	
ما خرج به من لوندرة	٣٦٠	
ما صرفه في برلين وهو $\frac{1}{4}$ ما بقي معه أى $\frac{1}{4}$ من ٣٦٠ ..	٩٠	
ما خرج به من برلين	٢٧٠	
قيمة ما صرفه في القسطنطينية وهو $\frac{1}{4}$ من ٢٧٠ أى ..	١٣٥	
ما بقي معه عند توجهه بلده	١٣٥	

(٤) المطلوب قسمة عدد ٢٥٢ بين ثلاثة أشخاص بحيث تكون حصة الشخص الثاني $\frac{3}{4}$ حصة الشخص الاول وحصة الثالث تكون نصف مجموع حصتي الشخصين الآخرين

$$\frac{71}{\lambda} = \frac{v}{\lambda} + \frac{7}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda} = \frac{v}{\lambda} + \frac{7}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda}$$
$$97 = \frac{r \cdot 17}{r1} = \frac{\lambda \times r0r}{r1} = \frac{r1}{\lambda} : r0r$$

تكون الحصة الثانية أو $\frac{3}{2} \times 96 = 144$

ويكون المجموع مساويا ٢٥٢

حل هذه المسئلة نقول يؤخذ من المنطوق ان مابقى الاول هو $\frac{3}{5}$ حصته وان مابقى للثانى هو $\frac{4}{7}$ حصته وان مابقى الاول يجب أن يكون ضعف مابقى الثانى يكون $\frac{3}{5}$ حصة الاول $= \frac{4}{7} \times 2$ حصة الثانى أو $\frac{3}{5}$ حصة الاول $= \frac{8}{7}$ حصة الثانى أو $\frac{1}{5}$ حصة الاول $= \frac{8}{35}$ حصة الثانى أو حصة الاول كاملة $= \frac{8 \times 5}{3 \times 5} = \frac{8}{3}$ حصة الثانى أو $\frac{8}{31}$ حصة الثانى وحينئذ اذا جعلنا حصة الثانى واحدا صحىحاً أى $\frac{31}{31}$ تكون حصة الاول مساوية الى $\frac{8}{31}$ ويكون مجموعهما مساويا $\frac{31}{31}$ وبقسمة عدد ١٨٣٠ على $\frac{31}{31}$ كما أجرينامثل ذلك فى المسئلة السابقة نتوصل الى مقدار الحصة الثانية وهى ٦٣٠٠ غرش وتكون الحصة الاولى مساوية الى $6300 \times \frac{8}{31} = 1600$ غرش ومقدار ما صرفه الاول هو $\frac{3}{5} \times 12000 = 7200$ غرش

ومقدار ما بقي له هو ٧٢٠٠ غرش ومقدار ما صرفه الثاني هو $\frac{3}{7} \times 7300 = 2700$ غرش
ومقدار ما بقي له هو ٣٦٠٠ غرش وهو نصف ما بقي للاول وهو ٧٢٠٠ غرش

(٦) اشترك رجل وولده في عمل بساط فأتماه معا في مدة ١٥ يوما ثم أراد عمل بساط آخر مثله
فاشتركا معا في شغله مدة ٦ أيام ثم انقطع الوالد عن الشغل واستمر الولد في اتمامه فكث مدة
ثلاثين يوما منفردا حتى أتمه والمطلوب معرفة عدد الايام التي تلزم لكل واحد من الوالد والولد
اذا أراد كل منهما شغل بساط مثل البساط المذكور وحده

حل هذه المسئلة نقول حيث انهما أتما البساط الاول في مدة ١٥ يوما وكان ينبغي اتمام
الثاني في مثل هذه المدة لو اجتمعا معا لكنه حيث ان الوالد بعد أن اشتغل ٦ أيام مع ابنه انقطع
عن العمل وأتمه الولد في مدة ٣٠ يوما فتكون هذه المدة الاخيرة تعادل شغل ٩ أيام لو كانا معا
وحيث ان الولد لا زال يشتغل فيكون $30 - 9 = 21$ من شغل الولد تعادل مساعدة والده له
مدة التسعة أيام التي انقطعها عنه وبذلك يكون شغل الوالد يعادل $\frac{21}{9} = \frac{7}{3}$ شغل الولد
وبالعكس يكون شغل الولد يعادل $\frac{3}{7}$ شغل والده اذا تقرر هذا نقول اذا اشتغل الوالد البساط
وحده لزمه ١٥ يوما زائدا $15 \times \frac{3}{7}$ أو

$$15 + 15 \times \frac{3}{7} = \frac{150}{7} = \frac{45}{2} + 15 = \frac{150}{7} = 21 \frac{3}{7} \text{ يوما}$$

وأما اذا اشتغل الولد وحده فانه يلزمه ١٥ يوما زائدا $15 \times \frac{7}{3}$ يوما أي

$$15 + 15 \times \frac{7}{3} = 15 + 35 = 50 \text{ يوما}$$

(تـمـريـنـات)

- (١) المطلوب ايجاد نصف مجموع الكسرين $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{2}$
- (٢) المطلوب ايجاد $\frac{5}{6}$ الفرق بين الكسرين $\frac{5}{6}$ و $\frac{4}{9}$
- (٣) ما هو الكسر الذي اذا أضيف الى الكسر $\frac{2}{7}$ نحصل منهما الكسر $\frac{3}{4}$
- (٤) ما هو الكسر الذي اذا ضرب في الكسر $\frac{7}{9}$ يتحصل منهما الكسر $\frac{3}{4}$
- (٥) اذا كان الفرق بين الكسرين $\frac{3}{4}$ و $\frac{3}{5}$ لا ي عدد يعادل ١٥ فما مقدار هذا العدد
- (٦) المطلوب تقسيم العدد ٦٧٤ الى جزئين بحيث يكون أولهما $\frac{2}{3}$ من $\frac{5}{6}$ من $\frac{7}{8}$ الثاني
- (٧) اذا قوم منزل بالحالة التي هو عليها بمبلغ ٢٠٠٠ فرنك وكانت هذه القيمة تعادل ثلاثة أرباع قيمته لو صار ترميمه بمبلغ ٣٦٥٠ فرنك والمطلوب معرفة أرباح الامرين

(٨) كاف رجل يبيع حصانه وبستانه ومنزله بثمن قدره ٥٣٠٠ فرنك وقد قوم عن الحصان بمقدار $\frac{2}{7}$ ثمن البستان وقوم عن البستان بمقدار $\frac{2}{9}$ ثمن المنزل والمطلوب معرفة ثمن كل واحد من الحصان والبستان والمنزل

(٩) حنفيتان مسطتان على حوض فلا تهما في مدة ٣ ساعات وملاهما الاثنان معا في مدة $\frac{1}{6}$ ساعة والمطلوب معرفة الزمن الذي يلزم للحنفية الثانية ملء الحوض المدكور اذا سلطت عليه وحدها

(١٠) المطلوب تعيين الكسر المكافئ للكسر $\frac{7}{8}$ بحيث يكون مجموع حديه مساويا ١٣٥

(١١) المطلوب تعيين الكسر المكافئ للكسر $\frac{5}{7}$ بحيث يكون الفرق بين حديه مساويا ٢٤

(١٢) عاملان كانا يشتغلان معا وكان أولهما يكتسب قدر مكسب الثاني مرة وثلاث وبعد مضي مدة قبض الاول الذي اشتغل خمسة أيام زيادة عن الثاني مبلغ ١٠٠ فرنك وقبض الثاني مبلغ ٦٠ فرنكا والمطلوب معرفة مكسب كل واحد منهما يوميا وعدد الايام التي اشتغلها

(١٣) اذا استعمل ثلاث حنفيات ملء حوض واستعملت رابعة لتفريغه بذاته فاذا فتحت الاولى وحدها ملائته في $\frac{1}{4}$ ساعة والثانية في مدة $\frac{3}{4}$ ساعة والثالثة في مدة ٨ ساعة والرابعة تفرغه في مدة $\frac{1}{6}$ ساعة والمطلوب معرفة الزمن الذي يلزم لهذه الحنفيات حتى يمتلئ هذا الحوض اذا فتحت معا

(١٤) المطلوب البرهنة على أنه اذا أضيف كسران متعاكسان الى بعضهما كان مجموعهما أكبر من عدد ٣ دائما

(١٥) اذا احتوى برميل على ١٢٠ لترا من الخل واستخرج منه ٤٥ لترا واستعوضت بكمية مساوية لها من الماء ثم استخرج منه مرة ثانية ٤٥ لترا من الخليط الموجود فيه واستعوض أيضا بمقدار مساو له من الماء ثم اعيدت تلك العملية مرة ثالثة والمطلوب معرفة مقدار الخل والماء المشتمل عليهما البرميل

الباب الرابع
(في الكسور الاعشارية)

الفصل الاول

(في عدية الكسور الاعشارية)

(٢٢٥) قد ذكرنا بجملة (١٤٣) أنه اذا قسم الواحد الصحيح الى عشرة أجزاء متساوية وكل واحد من هذه الأجزاء الى عشرة أجزاء متساوية وكل واحد من هذه الأجزاء الاخيرة الى عشرة أجزاء متساوية أيضا وهكذا أعني أنه اذا قسم الواحد الى أجزاء متساوية تتناقص عن بعضها عشرة ف عشرة فان أحد هذه الأجزاء أو اجتماع بعضها يسمى كسرا اعشاريا وحينئذ فالكسر الاعشاري هو جزء أو عدة أجزاء متساوية من الواحد الصحيح المنقسم الى أجزاء متساوية متساوية عن بعضها عشرة ف عشرة

(٢٢٦) اذا قسم الواحد الصحيح الى عشرة أجزاء متساوية سميت هذه الأجزاء بالاعشار واذا قسم الى مائة جزء متساوية سميت تلك الأجزاء بأجزاء من مائة واذا قسم الى ألف جزء متساوية سميت هذه الأجزاء بأجزاء من ألف وهكذا

(٢٢٧) يعلم مما ذكر أن قانون تكوين الكسور الاعشارية هو عين قانون تكوين الاعداد الصحيحة ولذا يمكن تكوين متواليات مستمرة من الاعداد الصحيحة والكسور الاعشارية اما أن تكون وحداتها آخذة في الزيادة عشرة ف عشرة أو في النقص كذلك على حسب ما يكون مبدأها الا حاد الصغرى أو العليا هكذا

ملئون	(٦)
مئات الوف	(٥)
عشرات الوف	(٤)
آحاد الوف	(٣)
مئات	(٢)
عشرات	(١)
الاحاد الاصلية	
اعشار	(١)
أجزاء من مائة	(٢)
أجزاء من ألف	(٣)
أجزاء من عشرة آلاف	(٤)
أجزاء من مائة ألف	(٥)
أجزاء من مليون	(٦)

(٢٢٨) العدد الكسرى العشارى هو ما تركب من عدد صحيح وكسر أعشارى وقد يطلق على هذا النوع من العدد اسم العدد الأعشارى تساهلا فى التسمية وهو غير مقبول حيث يطلق أيضا على الأعداد الصحيحة اسم الأعداد الأعشارية كما لا يخفى

(٢٢٩) يمكن تطبيق الاصطلاح المتقدم الذى انبنت عليه العديّة الوضعية للأعداد الصحيحة على الكسور الأعشارية وهو أن كل رقم موضوع على يسار رقم آخر يدل على آحاد أكبر من آحاد الرقم الآخر بعشر مرات وأن كل رقم موضوع على يمين رقم آخر يدل على آحاد أصغر من آحاد الرقم الآخر بعشر مرات

حيث أن لاشئ يلزمنا الوقوف على الآحاد أمكنا بناء على هذا الاصطلاح وعلى كيفية تأليف الكسور الأعشارية أن نقول كل رقم موضوع على يمين الآحاد يدل على أعشار وكل رقم موضوع على يمين الأعشار يدل على أجزاء من مائة وكل رقم موضوع على يمين الأجزاء من مائة يدل على أجزاء من الوف وهكذا لكنه يجب لعدم الالتباس أن يميز الكسور الأعشارية عن الأعداد الصحيحة وقد اختير لذلك إشارة صغيرة توضع بينهم ما هذه صورتها (و)

(٢٣٠) بناء على ما تقدم إذا أريد كتابة الكسور الأعشارية نقول

أولا - إذا أريد كتابة العدد المركب من ٢ ٤ آحاد صحيحة ومن ٣ أعشار ومن ٩ أجزاء من مائة ومن ٥ أجزاء من الوف وضعت كل عدد أعشارى فى الرتبة الموافقة له هكذا

٤٢,٣٩٥

ثانيا - إذا خلت إحدى المنازل الأعشارية فانه يوضع محلها صفر فعلى هذا يكتب عدد ٢ ٤ آحاد صحيحة و ٣ أعشار و ٥ أجزاء من ألف هكذا

٤٢,٣٠٥

ثالثا - إذا لم يحتو العدد المطلوب كتابته على آحاد صحيحة فانها تستعوض بصفر فعلى هذا يكتب عدد ٧ أعشار و ٩ أجزاء من مائة و ٨ أجزاء من عشرة آلاف هكذا

٠,٧٩٠٨

رابعا - إذا قرن العدد الملفوظ به أو جزؤه الأعشارى فقط باسم رتبة أعشارية كسرية فانه يكتب هذا العدد أو جزؤه الأعشارى كأنه عدد صحيح ويوضع الفاصل بحيث يشغل الرقم الأخير من جهة اليمين الرتبة المقرون العدد بها ونستعوض المنازل التى يمكن أن تكون ناقصة بأصفار فعلى هذا لكتابة عدد ثمانية وثلاثين عددا صحيحا وخمسة مائة وستة أجزاء من عشرة آلاف نقول

حيث ان رقم ٦ يجب أن يكون شاغلا منزلة أجزاء العشرة آلاف أعني المنزلة الرابعة من يمين الفاصل وان العدد المملفوظ به هو ٥٠٦ لا يحتوى الاعلى ثلاثة أرقام فقط فيوضع صفر حينئذ قبل الرقم الاول الاعشارى هكذا ٣٨٠٥٠٦

وكذا لو أريد كتابة عدد ثلثمائة وثمانين ألفا وخمسمائة وستة أجزاء من عشرة آلاف فانه يكتب العدد المملفوظ به أولا على صورة العدد الصحيح هكذا ٣٨٠٥٠٦ ثم يوضع الفاصل بعد ذلك بحيث يشغل رقم ٦ رتبة أجزاء العشرة آلاف هكذا ٣٨٠٥٠٦
ومما ذكرته هذه القاعدة العامة

(٢٣١) لكتابة أى عدد كسرى أعشارى يكتب أولا جزؤه الصحيح ثم الفاصل ثم الجزء الاعشارى منه كمالو كان عددا صحيحا بحيث يشغل الرقم الاول من جهة اليمين المنزلة الاعشارية المملفوظة ثم يستعوض المنازل الناقصة بأصفار
أما اذا كان العدد المملفوظ به مقرونا باسم منزلة أعشارية كسرية فقط فانه يكتب كانه عدد صحيح ثم يوضع الفاصل بعد ذلك بحيث يكون الرقم الاول منه من جهة اليمين شاغلا محل الرتبة الاعشارية المملفوظة

(٢٣٢) لقراءة كسرا أعشارى أو عدد كسرى أعشارى مكتوب مثل ٢٣٩٥ و ٤ نقول أولا - من المعلوم أنه يمكن قراءة هذا العدد بواسطة أن يتلفظ أولا بجزئه الصحيح ثم يتلفظ بعده على التوالى بالأعشار و بأجزاء المائة و بأجزاء الالف وهلم جرا فيقال اثنان وأربعون آحادا صحيحة وثلاثة أعشار وتسعة أجزاء من مائة وثلاثة أجزاء من الالف
ثانيا - اذ لوحظ أن ٣ أعشار تعادل ٣٠ جزءا من مائة أو ٣٠٠ جزءا من ألف وأن ٩ أجزاء من مائة تعادل ٩٠ أجزاء من الالف فان العدد المفروض يتركب من ٢٤ آحادا صحيحة ومن ٣٠٠ أجزاء من ألف ومن ٩٠ أجزاء من ألف أيضا ومن ٥ أجزاء من ألف أو يتركب من ٢٤ آحادا صحيحة ومن ٣٩٥ أجزاء من ألف وعلى ذلك يتلفظ به هكذا اثنان وأربعون آحادا صحيحة وثلثمائة وخمسة وتسعون أجزاء من الالف

ثالثا - حيث انه يمكن تحويل الآحاد الصحيحة الى وحدات أعشارية من نوع الرتبة الاخيرة لان عدد ٢٤ يعادل ٢٤٠٠٠ جزءا من ألف أمكن قراءة العدد المفروض بواسطة ضم جميع أجزاء الالف الى بعضها بأن يقال اثنان وأربعون ألفا وثلثمائة وخمسة وتسعون أجزاء من ألف ومن ذلك تنتج هذه القاعدة العامة

(٢٣٣) القاعدة العامة لقراءة عدد كسرى أعشارى يتلفظ أولاً بجزئه الصحيح ثم بجزئه الاعشارى كما لو كان عدداً صحيحاً ثم يقرن بعد ذلك باسم وحدات الرتبة الدال عليها الرقم الأخير الاعشارى

ويمكن قراءة العدد الكسرى الاعشارى بواسطة أن يتلفظ به جميعه بقطع النظر عن الفاصل ثم يقرن بعد ذلك باسم وحدات المرتبة الأخيرة الدال عليها الرقم الأخير وكذلك يمكن قراءته مجزأاً الى أجزاء بأن يتلفظ بالصحيح ثم بالاعشار ثم بأجزاء الألوف وهكذا

(٢٣٤) القاعدة الأولى - كل كسراً أعشارى يمكن اعتباره كأنه كسراً عتيادى مقامه واحد متبوع بأصفار

فالكسر ٦٨٥. حيث أنه عبارة عن ٦٢٥ جزأ من ألف يمكن وضعه هكذا $\frac{625}{1000}$

ومثله العدد الكسرى الاعشارى ٣,١٤١٦ يمكن وضعه هكذا $\frac{31416}{10000}$

وهذا ناتج من قواعد عديدة السكورا العتيادية

واذن فبسط الكسر هو عبارة عن العدد الاعشارى جميعه بما فيه الصحيح بقطع النظر عن الفاصل وأما مقامه فهو واحد متبوع بأصفار بقدر عدد الأرقام الاعشارية

(٢٣٥) وبالعكس اذا أريد وضع كسراً عتيادى مقامه واحد متبوع بأصفار على صورة كسراً أعشارى يكفى كتابة البسط وفصل أرقام أعشارية من عينه بقدر أصفار المقام

أما اذا كان عدد الأصفار يزيد عن عدد أرقام البسط فإنه يوضع أصفار على يسار البسط بحيث يكون مجموعها هى وأرقام البسط مساوياً لعدد الأصفار الموجودة بالمقام فعلى هذا اذا أريد وضع الكسر $\frac{45}{10000}$ على صورة كسراً أعشارى كتب هكذا ٠.٠٠٠٤٥

(٢٣٦) تنبيهه - يمكن بيان جميع القواعد الخاصة بالكسور الاعشارية اعتماداً على أنه يمكن تحويلها الى كسور عتيادية ذات حدين لكنه مع ذلك يمكن استخراجها مباشرة بناء على قاعدة العديدية الاعشارية الاساسية

فالطريقة الأولى وان كانت عامة غير أن الثانية أبسط وأقرب لادراك المبتدى

(٢٣٧) القاعدة الثانية - لا يتغير مقدار الكسراً الاعشارى أو العدد الكسرى الاعشارى اذا وضع أو حذف من عينه صفر أو صفراً أو عدة أصفار

فالعددان ٢٣,٧ و ٢٣,٧٠٠ متساويان وذلك لان كل رقم من الارقام المعنوية ٢٣,٧ و ٢٣,٧٠٠ شاغل عين المحل في العددين

وكذا يمكن أن يقال ان عدد ٢٣,٧٠٠ يمكن اعتباره كأنه عبارة عن ٢٣,٧٠٠ أجزاء من ألف (٢٣٢) وأما عدد ٢٣,٧ وان كان يكافئ العدد ٢٣٧ أعشار غير أنه لما كان العشر الواحد يعادل مائة مرة الجزء من ألف كان عدد ٢٣٧ أعشار يعادل ٢٣,٧٠٠ أجزاء من ألف وهو المراد

(٢٣٨) القاعدة الثالثة - لتكبيراً أو لتصغير قيمة أى عدد كسرى أعشارى عما كانت عليه عشر مرات أو مائة مرة أو ألف مرة الخ يقدم الفاصل الأعشارى جهة اليمين أو يؤخر جهة اليسار منزلة أو منزلتين أو ثلاث منازل الخ

فعدد ٢٣,٧٥ أكبر من عدد ٢,٣٧٥ مائة مرة وذلك لان كل رقم من أرقام العدد الاول يدل على آحاداً أكبر مما يدل عليه الرقم المذكور في العدد الثانى بمائة مرة فرقم ٥ مثلاً يدل في العدد الاول على أعشار وفي الثانى على أجزاء من ألف ولا شك أن العشر يعادل مائة مرة الجزء من ألف ورقم ٧ يدل في العدد الاول على آحاد صحيحة وفي الثانى على أجزاء من مائة وهكذا

وبعين هذه البراهين نرى أن عدد ٢,٣٧٥ أصغر بمائة مرة من العدد ٢٣,٧٥

(٢٣٩) تنبيه - اذا حذف فاصل الأعشار من أى عدد أعشارى كسرى وبعبارة أخرى اذا ضرب أى عدد كسرى أعشارى فى واحد متبوع بأصفار بقدر عدد أرقامه الأعشارية فانه يعتبر الفاصل دائماً كأنه موجود على عين رقم آحاد العدد الناتج

فإذا ضرب عدد ٢,٧٥٣ فى مائة وصار ٢٧٥٣ فان الفاصل يعتبر كأنه موجود على عين رقم ٣

الفصل الثانى

(فى عمليات الكسور الاعشارية)

(فى جمع وطرح الكسور الاعشارية)

(٢٤٠) حيث قد علم مما تقدم أن قانون تأليف الكسور الاعشارية هو عين القانون الذى اتبع فى تأليف الأعداد الصحيحة بمعنى أن آحادها ما آخذة فى الكبر عشرة فعشرة أو آخذة فى الصغر كذلك فيمكن بالبناء على ذلك تطبيق قواعد الجمع والطرح التى أجريت على الأعداد

الصحيحة بلا فرق على الكسور الاعشارية انما يلاحظ فقط عند كتابة الاعداد المراد جمعها
أوالتي يراد اجراء عملية الطرح عايتها أن تكون تحت بعضها بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة
في عمود واحد رأسى وفواصل الاعشارية كذلك

مثال للجمع

٧٣,٦

٨,٥٣٩

٥٤٧,٢٨

٠,٦٣٨٤

٦٣٠,٠٥٧٤ حاصل الجمع

فنبدأ أولاً بجمع أجزاء عشرات الالوف ثم أجزاء الالوف ثم أجزاء المئين ثم الاعشار ثم الآحاد
الصحيحة ثم العشرات ثم المئات ولا لزوم لوضع أصفار على يمين الاعداد التي لم تحتو على أربعة
أرقام أعشارية

مثال للطرح

٩,٦

٥,٤٣٧

٤,١٦٣ الباقي

فنبدأ أولاً بطرح ٧ أجزاء من ألف من ١٠ أجزاء من ألف ثم بطرح ٣ أجزاء من مائة من
٩ أجزاء من مائة ثم بطرح ٤ أعشار من ٥ أعشار ثم بطرح ٥ آحاد صحيحة من ٩ آحاد
صحيحة ولا لزوم لوضع أصفار على يمين المطروح منه لتحل محل المنازل الخالية منه

(في ضرب الكسور الاعشارية)

(٢٤١) لضرب الكسور الاعشارية حالتان

(٢٤٢) الحالة الاولى - أن يكون المضروب فيه عددا صحيحا والمضروب عددا كسريا
أعشاريا أو كسرا أعشاريا

فاذا أريد ضرب ٣٦,٤٢٨ في ١٢ نقول

انه بمقتضى التعريف العام لضرب الاعداد الصحيحة يجب تكرار المضروب ٣٦,٤٢٨ أو
٣٦,٤٢٨ أجزاء من ألف اثني عشر مرة غير أن تكرار ٣٦,٤٢٨ آحادا صحيحة ١٢ مرة
يعادل ٤٣٧,١٣٦ آحادا صحيحة وحيث نذكر ٣٦,٤٢٨ أجزاء من ألف ١٢ مرة يعادل
٤٣٧,١٣٦ أجزاء من ألف أو يعادل ٤٣٧,١٣٦ واذن فيجب فصل ثلاثة أرقام أعشارية
من يمين الحاصل أعني أرقاما أعشارية بقدر الموجود على يمين المضروب

(٢٤٣) فالقاعدة العمومية لضرب عدد كسرى أعشارى أو كسراً أعشارى في عدد صحيح بقطع النظر عن فاصل الأعشار في المضروب ثم تجرى عملية الضرب كما لو أجريت على الأعداد الصحيحة وبعد تحصيل الحاصل يفصل من يمينه أرقام أعشارية بقدر الأرقام الأعشارية الموجودة في المضروب وصورة العمل هكذا

$$\begin{array}{r} \text{مضروب} \quad ٣٦,٤٢٨ \\ \text{مضروب فيه} \quad ١٢ \\ \hline ٧٢٨٠٦ \\ ٣٦٤٢٨ \\ \hline \text{حاصل الضرب} \quad ٤٣٧,١٣٦ \end{array}$$

(٢٤٤) الحالة الثانية - أن يكون المضروب فيه كسراً أعشارياً أو عدداً كسرياً أعشارياً والمضروب عدداً تاماً (صحيحاً كان أو أعشارياً)

فإذا أريد ضرب ٤,٦٢٥ في ٠,٣٧. نقول أنا إذا لاحظنا التعريف العمومى لضرب الكسور الاعتيادية (١٩٩) نرى أن حاصل الضرب يتألف من المضروب ٤,٦٢٥ كما تألف المضروب فيه ٠,٣٧ من الآحاد وحيث أن المضروب فيه يتألف من الجزء المئتينى للواحد الصحيح ٣٧ مرة فيتألف إذن حاصل الضرب من الجزء المئتينى للمضروب ٣٧ مرة ولذا يجب تكرار الجزء المئتينى للمضروب ٣٧ مرة أما الجزء المئتينى للمضروب ٤,٦٢٥ فهو ٤٦٢٥,٠ بواسطة تقديم الفاصل منزلتين جهة اليسار وهو عدد يحتوى على أرقام أعشارية بقدر الموجودة في المضروب والمضروب فيه وتكراره ٣٧ مرة يحصل ١,٧١١٢٥ كما تقدم في الحالة الأولى

(٢٤٥) والقاعدة العمومية لضرب عدداً تاماً في كسراً أعشارياً أو في عدد كسرى أعشارى أن يقطع النظر عن فاصل الأعشار في المضروبين وتجرى عملية الضرب كما لو أجريت على الأعداد الصحيحة وبعد تحصيل حاصل الضرب يفصل من يمينه أرقام أعشارية بقدر الأرقام الأعشارية الموجودة في المضروبين وصورة العمل هكذا

$$\begin{array}{r} \text{مضروب} \quad ٤,٦٢٥ \\ \text{مضروب فيه} \quad ٠,٣٧ \\ \hline ٣٢٣٧٥ \\ ١٣٨٧٥ \\ \hline \text{حاصل الضرب} \quad ١,٧١١٢٥ \end{array}$$

(٢٤٦) تنبيه أول - من المعلوم أنه يمكن تطبيق القاعدة المتقدمة في حالة ما إذا كان المضروب عددا صحيحا غير أن قطع النظر عن فاصل الاشارة لا يكون في هذه الحالة الا في المضروب فيه وأن عدد الارقام العشارية التي يجب فصلها من عين حاصل الضرب لا تكون الا بقدر عدد الارقام العشارية الموجودة في هذا العامل فقط

(٢٤٧) تنبيه ثان - انه بناء على امكان تحويل الكسور العشارية الى كسور اعتيادية مكافئة لها يمكن البرهنة على قواعد ضرب الكسور العشارية بالطريقة الآتية
اذا أريد ضرب ٤,٦٢٥ في ٣٧,٠ نقول ان هذه العملية تؤل الى ضرب $\frac{4625}{1000}$ في $\frac{37}{100}$ أو الى $\frac{37 \times 4625}{100 \times 1000} = \frac{171125}{100000} = 1,71125$ وهذا عين الناتج السابق

(في قسمة الكسور العشارية)

(٢٤٨) الحالة الاولى - أن يكون المقسوم عددا كسريا أو عشريا والمقسوم عليه عددا صحيحا
فاذا أريد قسمة ٥٧٢,٣٢ على ٨ نقول

الغرض من قسمة ٥٧٢,٣٢ على ٨ أو قسمة ٥٧٢٣٢ أجزاء مئانية على ٨ هو البحث عن عدد الأجزاء المئانية الذي اذا ضرب في ٨ يتحصل منه ٥٧٢٣٢ أجزاء مئانية أو هو البحث عن أعظم عدد من الأجزاء المئانية الذي اذا ضرب في ٨ يمكن طرح حاصل ضربهم ما من ٥٧٢٣٢ أجزاء مئانية واذن فلا تختلف عملية القسمة هذه بشئ مما عن عملية قسمة الأعداد الصحيحة غير أن عدد مرات الاحتواء أو خارج القسمة يكون ضرورة من جنس أجزاء المئين وبناء على ما ذكر يقسم ٥٧٢٣٢ على ٨ بالطريقة المعتادة وأما خارج القسمة الذي يكون إما حقيقيا أو قريبا من الحقيقة بأقل من واحد فانه يكون أجزاء مئانية هكذا

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 572,32} \\ 7104 \\ 12 \\ 43 \\ 32 \end{array}$$

فعدد ٧١٥٤ أجزاء مئانية أو عدد ٧١,٥٤ هو خارج القسمة الحقيقي

(في خارج القسمة التقريبي)

(٢٤٩) لخارج القسمة التقريبي حالتان وهما إما أن يكون أقل من خارج القسمة الحقيقي وإما أن يكون أكبر منه

فإذا قسم مثلاً ٢٨٥١ على ١٢ فإن خارج القسمة هو ٢٣٧ جزء من مائة أو ٢٣٧ ويبقى للقسمة باق قدره ٧ أجزاء من مائة وأما خارج القسمة الحقيقي فهو عبارة عن ٢٣٧ مضافاً إليه الجزء الثاني عشر من عدد ٧ أجزاء من مائة الذي هو دون واحد من مائة واذن يكون خارج القسمة الحقيقي محصوراً بين ٢٣٧ أجزاء من مائة وبين ٢٣٨ أجزاء من مائة فإذا أخذنا أحدهما أو الآخر بدل خارج القسمة الحقيقي فإنه يقال إن خارج القسمة يفرق عن خارج القسمة الحقيقي بأقل من واحد من مائة أو هو مقرب بأقل واحد من مائة غير أن الأول بالعجز والثاني بالزيادة

والمعتاد هو أخذ المقدار الأول بدل خارج القسمة الحقيقي غير أن الثاني يكون أولى اختباراً منه إذا كان أكثر قرباً لخارج القسمة الحقيقي من الأول

فإذا تأملنا في المثال المتقدم نرى أن العدد ٢٣٧ ينقص عن خارج القسمة الحقيقي بالجزء الثاني عشر لعدد ٧ أجزاء من مائة أو بسبعة أمثال الجزء الثاني عشر لواحد من مائة أعني أنه ينقص عنه بأكثر من نصف واحد من مائة وأن العدد ٢٣٨ لا يزيد عن خارج القسمة الحقيقي إلا بخمسة أمثال الجزء الثاني عشر لواحد من مائة أي لا يزيد عنه إلا بأقل من نصف واحد من مائة وحينئذ فاختبار المقدار الثاني هو أولى في هذه الحالة

ومن المعلوم أن تلك الأولوية لا تتأني إذا كان باقي القسمة أقل من نصف المقسوم عليه ١٢ أما إذا كان باقي عملية القسمة مساوياً لنصفه ٦ فإن كل واحد من مقداري خارجي القسمة المقربين يفرق عن خارج القسمة الحقيقي بمقدار نصف واحد من مائة

وبناء على ما ذكر يجب كلما كان الباقي أكبر من نصف المقسوم عليه ضم واحد آحاد إلى الرقم الأخير المتحصل في خارج القسمة وهذا ما يسمى بجبر الرقم الأخير بواحد

(٢٥٠) والقاعدة العمومية لقسمة عدد أعشاري على عدد صحيح هي أن تجري عملية القسمة كما لو كانت على عددين صحيحين ويبحث عن خارج القسمة مقرباً بأقل من واحد من المنزلة الأخيرة منه ويفصل منه أرقام أعشارية بقدر عدد الأرقام الأعشارية الموجودة في المقسوم

(٢٥١) تنبيه أول - يكفي في الاعمال وضع فاصل الاعشار في خارج القسمة عند انزال أجزاء أعشار المقسوم الكلي

(٢٥٢) تنبيه ثان - اذا لم يحتو المقسوم على جزء صحيح فانه يوضع في خارج القسمة صفر ليحل محل آحاد الصحيحة وكذا يوضع أصفار على يمين الفاصل بقدر الارقام التي يتم انزالها من أرقام المقسوم ولم تكون عددا يقبل القسمة على المقسوم عليه

فإذا قسم ٥٤٤٠٠ على ٨ كان خارج القسمة الحقيقي هو ٦٨٠٠

(في درجة تقرب خارج القسمة)

(٢٥٣) درجة تقرب خارج القسمة ترتبط دائماً ببناء على ما تقدم برتبة الرقم الاخير الاعشاري للمقسوم وأن الخطأ المتروك فيه يكون إما أقل من واحد أو من نصف واحد من هذه الرتبة

فإذا أريد إيجاد مقدار خارج القسمة مقرباً بأقل من وحدة ما أعشارية لزم أن يوجد في المقسوم وحدات من نوع هذه الرتبة الاعشارية المراد التقريب اليها ولذا يجب عند الحاجة وضع صفر أو صفريين أو بوجه أصفار على يمين المقسوم للوصول الى هذا الغرض

مثال ذلك إذا أريد إيجاد خارج قسمة ٢٠٥١ على ١٢ مقرباً بأقل من واحد من مائة ألف يجرى العمل هكذا

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 2051000} \\ 24 \\ \underline{28} \\ 91 \\ 70 \\ \underline{100} \\ 40 \\ 4 \end{array}$$

بأن يوضع ثلاثة أصفار على يمين المقسوم ليبدل الرقم الاخير على الرتبة الاعشارية المراد التقريب اليها ويكون عدد ٢٠٥١٠٠٠ هو خارج القسمة مقرباً بأقل من واحد من مائة ألف

(٢٥٤) يستغنى عادة عند اجراء الاعمال عن وضع تلك الاصفار بواسطة الاكتفاء بوضع صفر على يمين كل باق يحدث حتى يحصل في خارج القسمة الارقام الاعشارية المطلوبة

(٢٥٥) تطبق القاعدة المتقدمة على قسمة الاعداد الصحيحة دائماً عند عدم الاكتفاء بالجزء الصحيح من خارج القسمة وعندما لم يطلب تكميل المقدار الباقي منه بكسر اعتيادي

ويقال في هذه الحالة انه صار تقويم الجزء الباقي من خارج القسمة بكسر أعشارى فاذا أريد تقويم الجزء الباقي من خارج قسمة ٤٨٩٥ على ٥٤٨ بكسر أعشارى بحيث يكون مقربا بأقل من واحد من مائة نضع العملية هكذا

$$\begin{array}{r} ٥٤٨ \overline{) ٤٨٩٥} \\ ٨٧٦ \\ \hline ٥١١٠ \\ ١٧٨٠ \\ ١٣٦ \end{array}$$

ثم تستمر عملية القسمة بعد إيجاد الرقم الصحيح ٨ من خارج القسمة بواسطة وضع صفر على عين الباقي ٥١١ ثم وضع صفر آخر على عين الباقي التالى له ١٧٨ وهذه العملية هي عين كوتنا اعتبارنا المقسوم ٤٨٩٥ كانه ٤٨٩٥٠٠ أجزاء من مائة ويكون عدد ٨٧٦ هو خارج القسمة مقربا بأقل من واحد من مائة بالعجز

(٢٥٦) تنبيه - تطبق القاعدة المذكورة أيضا عن قسمة عددين صحيحين لا يكون خارج قسمة ما عددا صحيحا

فاذا أريد قسمة ٨ على ٢٤٥ مثلا بحيث يكون الخارج مقربا بأقل من واحد من عشرة آلاف أجرى العمل هكذا

$$\begin{array}{r} ٢٤٥ \overline{) ٨٠٠} \\ ٠٠٣٢٦ \\ \hline ٦٥٠ \\ ١٦٠٠ \\ ١٣٠ \end{array}$$

ويكون عدد ٠٠٣٢٦ هو خارج القسمة مقربا بأقل من واحد من عشرة آلاف بالعجز (٢٥٧) يتأتى غالبا عند تقويم خارج القسمة بكسر أعشارى أن بعض أرقام خارج القسمة

يتجدد ظهورها بدون انقطاع على عين الترتيب الاول كما فى المثال الآتى

ليكن المطلوب قسمة ٦٢ على ١١ فنجري العملية كما يأتى

$$\begin{array}{r} ١١ \overline{) ٦٢} \\ ٥٥ \\ \hline ٧ \\ ٤٠ \\ ٧٠ \\ ٤٠ \end{array}$$

ثم يشاهد أن المقاسم الجزئية ٧٠ و ٤٠ التي يتوالى ظهورها بدون انقطاع مع استمرار عملية القسمة يتأتى منها دائماً في خارج القسمة عين الأرقام ٦ و ٣ وفي مثل هذه الحالة يقال إن خارج القسمة دورى ويقال لعدد ٦٣ بالجزء الدورى وسيأتى الكلام على ذلك

(٢٥٨) الحالة الثانية - أن يكون المقسوم عدداً صحيحاً أو عدداً كسرياً عشرياً والمقسوم عليه عدداً كسرياً عشرياً

المثال الأول - ليكن المطلوب قسمة ٢٨,٩٣٤ على ٦,٧٥ نقول

من المعلوم أنه لا يتأتى أن نعتبر هنا أن الغرض من عملية القسمة هذه هو تقسيم المقسوم إلى عدة أجزاء متساوية لأن هذا يستلزم أن يكون المقسوم عليه عدداً صحيحاً

ولواعظنا أن الغرض منها هو البحث عن عدد مرات انحصار المقسوم عليه في المقسوم فإنا لا نرى لذلك معنى فيما إذا لم يكن خارج القسمة عدداً صحيحاً أو فيما إذا كان المقسوم دون المقسوم عليه

وإذن فالأولى أن نرجع في الاعتبار إلى التعريف العمومى للقسمة بأن نقول إن الغرض منها هو البحث عن العدد الذى إذا ضرب في المقسوم عليه ٦,٧٥ يتحصل المقسوم ٢٨,٩٣٤

فإذا فرض أن خارج القسمة الحقيقى معلوم وضرب في عدد ٦,٧٥ بدل ضربه في ٦,٧٥ فإن حاصل الضرب لا يكون ضرورة عين المقسوم ٢٨,٩٣٤ بل أكبر منه مائة مرة أى مساوياً إلى ٢٨٩٣,٤ وحينئذ يشاهد أن خارج قسمة ٢٨,٩٣٤ على ٦,٧٥ هو عين خارج قسمة ٢٨٩٣,٤ على ٦,٧٥ وبذلك فقد رجع الأمر إلى الحالة الأولى

قد يتأتى أنه لا يمكن الحصول على خارج القسمة الحقيقى لهذه العملية الأخيرة (أى بعد حذف الفاصل من المقسوم عليه وبعد تقديم منزلتين جهة اليمين في المقسوم) إنما يبحث في هذه الحالة عن أعظم عدد من أجزاء الأعداد أو من الأجزاء المئانية أو من أجزاء الألوف الخ الذى إذا ضرب في ٦,٧٥ يتحصل عدداً أصغر من ٢٨٩٣,٤ وهذه صورة العملية

$$\begin{array}{r}
 675 \overline{) 2893.4} \\
 \underline{4287} \\
 1934 \\
 \underline{0840} \\
 4400 \\
 \underline{300}
 \end{array}$$

وخارج القسمة هو ٢٨٦ ر ٤ مقرباً بأقل من ٠.٠٠١ بالعجز أو هو ٢٨٧ ر ٤ مقرباً بأقل من نصف واحد من ألف بالزيادة

المثال الثاني - أن يكون المطالب قسمة ٩ على ٣٢٨
إذا حذف فاصل الاشار من المقسوم عليه وضرب المقسوم في ١٠٠ وأجريت عملية القسمة

$$\begin{array}{r} 378 \\ 3238 \overline{) 900} \\ 1440 \\ 3060 \\ 36 \end{array}$$

يكون خارج القسمة هو ٢٨٦ ر ٤ مقرباً بأقل من ٠.٠٠١

(٢٥٩) القاعدة العمومية لقسمة عدد صحيح أو أعشاري على عدد كسري أعشاري يحذف فاصل الاشار الكائن في المقسوم عليه حتى يكون صحيحاً فيصير بذلك أكبر مما كان عليه إما بعشرة مرات أو بمائة مرة أو بألف مرة الخ ثم يكبر المقسوم أيضاً عما هو عليه إما عشرة مرات أو مائة مرة أو ألف مرة الخ مثل المقسوم عليه إما بتقديم فاصل الاشار جهة اليمين منزلة أو منزلتين أو أكثر ان كان أعشارياً أو بوضع صفر أو صفريين أو أكثر على يمينه ان كان عدداً صحيحاً وبذلك يرجع الامر الى الحالة الاولى

(٢٦٠) يتضح مما ذكر من البراهين أن خارج القسمة الحقيقي لا ي عدد من كيف اتفقا لا يتغير اذا ضرب العددان المذكوران في عدد ما ثالث وقد سبق برهنة هذه الخاصية (بمرة ٧٥) على عددين صحيحين وقد ذكر فيها ما يحصل لباقي العملية وحيث كانت هذه البرهنة عامة وتنطبق على الاعداد الاعشارية مثل انطباقها على الاعداد الصحيحة لزم اذن اذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه في ١٠ أو في ١٠٠ أو في ١٠٠٠ أو في الخ أن يضرب الباقي أيضاً في هذا العدد

هذه الملاحظة وان كانت في حد ذاتها قليلة الاهمية لكنها تكون مهمة جداً عندما يراد عمل ميزان القسمة بواسطة الضرب لانه يجب في هذه الحالة قسمة الباقي على ١٠ أو على ١٠٠ أو على ١٠٠٠ أو على الخ لردّه الى قيمته الاصلية

فيحصل من المثالين السابقين أن

$$28,934 = 6,750 \times 4,286 + 0,035 \quad \text{و} \quad 9 = 3,78 \times 2,38 + 0,036$$

(في تقويم خارج قسمة عددين أعشاريين بدرجة تقرب معينة)

(٢٦١) لتقويم خارج قسمة عددين يكون المقسوم عليه بالاقل أعشاريا بدرجة تقرب معينة يبدأ أولاً في ترجيع عملية القسمة هذه الى أخرى يكون المقسوم عليه فيها عددا صحيحا (٢٥٩) ثم يطبق عليها قاعدة التقريب المتقدمة (٢٥٣)

مثال ذلك ليكن المطلوب إيجاد خارج قسمة ٥٨٠ على ٣٤١٦ مقربا بأقل من ٠.١ . نقول انه يمكن ترجيع هذه العملية الى العملية الآتية وهي قسمة ٥٨٠٠ على ٣٤١٦ ويستمر العمل حتى يظهر رقمان اعشاريان في خارج القسمة هكذا

$$\begin{array}{r} ٣٤١٦ \overline{) ٥٨٠٠} \\ ١٠٦٩ \\ \hline ٢٣٨٤٠ \\ ٣٣٤٤٠ \\ \hline ٢٦٩٦ \end{array}$$

ويكون خارج القسمة هو ١,٦٩ مقربا بأقل من ٠.١

(٢٦٢) تنبيه - يمكن الوصول الى قاعدة قسمة الاعداد الاعشارية باعتبار هذه الاعداد كأنها أعداد كسرية ذات حدين أي باعتبار الكسور الاعتيادية المكافئة لها ثم نطبق قاعدة قسمة الكسور الاعتيادية عليها

فاذا أريد قسمة ٢٨٩٣٤ على ٦٧٥ نقول ان هذه العملية ترجع الى عملية القسمة الآتية وهي قسمة $\frac{٢٨٩٣٤}{١٠٠٠}$ على $\frac{٦٧٥}{١٠٠}$

وبناء على ما تقدم (بنمرة ٢٢١) يحدث

$$\frac{٢٨٩٣٤}{٦٧٥} = \frac{٢٨٩٣٤}{٦٧٥ \times ١٠} = \frac{١٠٠ \times ٢٨٩٣٤}{٦٧٥ \times ١٠٠٠} = \frac{٦٧٥}{١٠٠} : \frac{٢٨٩٣٤}{١٠٠٠}$$

وهو ناقي مطابق للقاعدة

الفصل الثالث

(في تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور اعشارية)

(وتحويل الكسور الاعشارية الى كسور اعتيادية)

(٢٦٣) استعمال الكسور الاعشارية أخذ شيئا فشيئا في أن يستغوض استعمال الكسور الاعتيادية التي لا يزال استعمالها جاريا في الاعمال التجارية وفي حساب البنوك

فيتلفظ الى الآن بالكسور البسيطة الآتية $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{6}$ وتستعمل في الاعمال كثيرا غير أن الاكثر تداولها هي هذه الالفاظ خمسون في المائة أو ٥٠. و ٣٣ في المائة أو ٣٣. و ٢٥ في المائة أو ٢٥. وهكذا وغير ذلك فان هناك ألفاظ أخرى متداولة ليس لها مقابل في الكسور الاعتيادية مثل ٧ في المائة و ١٣ في المائة و ٢٨ في المائة وهكذا وبالجملة فان أغلب جميع الاعمال جارية على الكسور الاعشارية وعلى أى حال فن المفيد معرفة امكان الانتقال من جملة تعدادية الى جملة أخرى أى معرفة امكان تحويل كسور اعتيادية الى كسور اعشارية وبالعكس أى تحويل كسور اعشارية الى كسور اعتيادية

(في تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور اعشارية)

(٢٦٤) الحالة الاولى - ليكن المطلوب تحويل الكسر الاعتيادى $\frac{4}{11}$ الذى مقامه قوة لعدد ١٠ الى كسر اعشارى نقول

انا قد شاهدنا (بمرة ٢٣٤) أن الكسر $\frac{4}{11}$ وان دلت صورته الظاهرية على كسر اعتيادى غير أنه هو في الحقيقة كسر اعشارى ويمكن وضعه مباشرة على هذه الصورة ٤١.٠

الحالة الثانية - أن يكون المطلوب تحويل الكسر الاعتيادى $\frac{5}{8}$ الى كسر اعشارى نقول حيث ان كل كسر اعتيادى يمكن اعتباره كخارج قسمة بسطه على مقامه (١٥٣) كفى للوصول الى هذا الغرض أن يقوم خارج قسمة ٥ على ٨ بالكسور الاعشارية وأن يتبع ما ذكر (بمرة ٢٥٦) هكذا

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 5.0} \\ 40 \\ \hline 10 \\ 8 \\ \hline 20 \\ 16 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

ولتوضح هذه العملية نقول ثمن خمسة آحاد هو صفر فتحول الخمسة آحاد الى أجزاء من عشرة ثم نقول ثمن الخمسين جزءا من عشرة هو ٦ أجزاء من عشرة وحاصل ضرب ٨ في ٦ أعشار يتحصل منه ٤٨ أجزاء من عشرة فاذا طرح من ٥٠ أجزاء من عشرة يبقى ٢ أجزاء من عشرة يحول الى أجزاء من مائة ثم نقول ثمن العشرين جزءا من مائة هو ٢ من مائة وحاصل ضرب ٨ في ٢ أجزاء من مائة يتحصل منه ١٦ أجزاء من مائة وبطرحه من ٢٠ جزءا من مائة يبقى ٤ أجزاء من مائة يحول الى أجزاء من ألف وهكذا

$$\frac{\gamma}{\gamma_1 \varepsilon \Gamma \Lambda \Theta \gamma_1 \varepsilon \Gamma \Lambda \Theta \dots}$$

(٢٦٦) تنبيه - ينتج من المثالين السابقين أن بعض الكسور الاعتيادية يمكن تحويلها الى كسور أعشارية مكافئة لها في القيمة وأن البعض الآخر غير ذلك وإذا يجب البحث عن الشروط الضرورية والكافية لمعرفة إمكان التحويل

(٢٦٧) القاعدة الاولى - يجب ويكفي لامكان تحويل أى كسر اعتيادى الى كسر أعشارى يكافئه أن لا يشتمل مقامه على عوامل أولية غير العاملين ٢ و ٥

وذلك لان تحويل الكسر الاعتيادى الى كسر أعشارى يستلزم وضع صفر على عين البسط وعلى عين كل باقى يحدث فى عملية القسمة وهذا هو عبارة عن ضرب بسط الكسر فى واحد منبوع بأصفار وقسمة الحاصل على المقام

ففى عملية تحويل الكسر $\frac{5}{8}$ الى كسر أعشارى قد قسم فى الحقيقة عدد ٥٠٠٠ على ٨ وحيث ان عدد $10 = 2 \times 5$ وأن أى قوة لعدد ١٠ لا تحتوى على عوامل أولية خلاف ٢ و ٥ فاذا كان الكسر أصمأ أى غير قابل للاختصار (وهو شرط يتأتى الوصول اليه دائماً) فان البسط لا يحتوى مطلقاً على عوامل أولية من عوامل المقام وحيث انه لم يدخل أيضاً فى البسط من عملية الضرب خلاف العاملين ٢ و ٥ فيجب اذن أن لا يحتوى المقام على غير هذين العاملين ليتأتى تحويل الكسر المفروض الى كسر أعشارى منته

وغير ذلك فان هذا الشرط كاف لانه يمكن دائماً وضع أصفار كافية على عين البسط حتى يشتمل على جميع ما يمكن وجوده فى المقام من العاملين ٢ و ٥

فاذا كان المقام مساوياً مثلاً $2^4 \times 5$ فانه يكفى وضع أربعة أصفار على عين البسط

(٢٦٨) تنبيه - الكسر الاعشارى المكافئ لكسر اعتيادى غير قابل للاختصار ولا يحتوى مقامه على غير العاملين ٢ و ٥ يشتمل دائماً على أرقام أعشارية بقدر الوحدات الموجودة فى أعلى أس من أسى العاملين ٢ و ٥ الداخلين فى المقام

فاذا فرض أن الكسر الاضم المقام هو $\frac{11}{80} = \frac{11}{5 \times 2^4}$ فان قسمة البسط على المقام تنهى بعد أن نستعمل أربعة أصفار وحيث ان استعمال كل صفر يستلزم وجود رقم فى خارج القسمة فيحتوى اذن خارج القسمة على أربعة أرقام أعشارية كما ترى

$$\frac{11}{80} = 0.1375$$

(٢٦٩) القاعدة الثانية - كل كسر اعتيادى لا يتأتى تحويله الى كسر أعشارى منته يكافئه فانه يتوصل دائماً من قسمة بسطه على مقامه الى خارج قسمة أعشارى دورى ويكون عدد أرقام الدور فيه مساوياً فى النهاية العظمى لعدد الوحدات المشتمل عليها المقام الا واحداً فاذا فرض أن الكسر الاعتيادى المراد تحويله الى كسر أعشارى هو $\frac{5}{7}$ فن حيث ان مقامه لا يحتوى على العاملين ٢ و ٥ فان قسمة ٥ على ٧ تمتد الى غير نهاية

(٢٧٣) الحالة الثانية - ليكن المطلوب إيجاد الكسر الاعتيادي الموادل لكسر الاشرى
الدورى البسيط ٢٧٢٧٢٧، نقول

ومن هذا القانون الاخير يشاهد أنه كلما كبر العدد المدلول عليه بالحرف م أى كلما زاد عدد مرات الجزء الدورى التى تؤخذ فان مقام كسر المطروح وهو $\frac{27}{99 \times 100}$ يأخذ فى الكبر أيضا وبناء عليه فيأخذ الكسر المذكور فى الصغر فاذا زاد م الى غير نهاية فان الكسر يصغر أيضا الى غير نهاية ويقرب من الصفر فاذا بلغ الكسر نهايته فى الصغر أى وصل الصفر فان م يبلغ نهايته أيضا ويحدث نهاية م أو م = $\frac{27}{99}$

وللتحقق من هذا المقدار يحول الكسر $\frac{27}{99}$ الى كسر أعشارى فيتحصل

$$0,2727272727\ldots = \frac{3}{11} = \frac{27}{99}$$

يؤخذ من المقدار المتقدم للكسر الدورى البسيط هذه القاعدة وهى

(٢٧٤) الكسر الاعتيادى المولد لى كسر أعشارى دورى بسيط يكون بسطه هو الجزء الدورى ومقامه مركب من تسعات بقدر عدد الأرقام الدورية

(٢٧٥) الحالة الثالثة - ليكن المطلوب إيجاد الكسر الاعتيادى المولد للكسر الاعشارى الدورى المركب $0,23\ 084\ 084\ 084\ 084$ نقول

إذا اخترنا هنا عين الاتفاق والرمز المتقدم بالذمة السابقة يحدث

$$0,23\ 084\ 084\ 084\ 084 = \frac{3}{4}$$

فإذا ضربنا طرفى هذه المتساوية على التعاقب أولا فى ١٠٠٠٠٠ وثانيا فى ١٠٠ أى أولا فى واحد متبوع بأصفر بحيث ينتقل فاصل الأعشار على عین أرقام الجزء الدورى الاول وثانيا فى واحد متبوع بأصفر بحيث ينتقل فاصل الأعشار على عین الجزء الغير الدورى يحدث

$$23084,084\ 084\ 084 = \frac{3}{4} 100000$$

$$23,084\ 084\ 084 = \frac{3}{4} 100$$

وبطرح المتساوية الثانية من الاولى بعين الطريقة التى اتبعنا فى النمرة السابقة يتحصل

$$99900 = \frac{3}{4} - 23084 - 23 - \frac{084}{41000} \text{ أو } \frac{084}{9900 \times 41000}$$

$$\frac{084}{9900 \times 41000} = \frac{23 - 23084}{99900}$$

وعلى العموم إذا كان عدد مرات الجزء الدورى المأخوذ من موزله بحرف م يحدث

$$\frac{٥٨٤}{٩٩٩٠٠ \times ١٠٠٠} - \frac{٢٣ - ٢٣٥٨٤}{٩٩٩٠٠} = \text{مـ}$$

فيشاهد من هذا القانون أنه كلما ازداد م وهو عدد الأجزاء الدورية فإن مقام كسر المطروح $\frac{٥٨٤}{٩٩٩٠٠ \times ١٠٠٠}$ يزداد كبرا وبناء عليه فيزداد الكسر المذکور صغرا بحيث أنه إذا زاد م إلى غير نهاية قريب كسر المطروح من الصفر ويأخذ أن م مقدار النهاية ويحدث

$$\frac{٢٣٥٦١}{٩٩٩٠٠} = \frac{٢٣ - ٢٣٥٨٤}{٩٩٩٠٠} = \text{مـ أو مـ}$$

ولتحقيق هذا المقدار يحول إلى كسر أعشاري ويحدث

$$٠,٢٣٥٨٤٥٨٤٥٨٤ = \frac{٢٣٥٦١}{٩٩٩٠٠}$$

ومما ذكر تستنتج هذه القاعدة

(٢٧٦) الكسر الاعتيادي المولد لكسر دائري م ك ب يكون بسطه مؤلفا من الجزء الدائر والغير الدائر معامنقوصا منه الجزء الغير الدائر ومقامه تسعات بقدر عدد أرقام الجزء الدائر متبوعة بأصفار بقدر عدد أرقام الجزء الغير الدائر

(٢٧٧) تنبيه ١ - إذا كان الكسر الدوري (بسيطا كان أو مركبا) مصحوبا بعدد صحيح فإن هذا العدد الصحيح يكون وحده جزءا غير دوري في البسيط ويكون في المركب ضمن الجزء الغير الدوري. وهذا في تكوين البسط أما المقام فإنه لم يحصل فيه تغيير كما تقدم ذكره ولتوضيح ذلك بالمثالين الآتيين

$$\frac{٢٧ + (١ - ١٠٠)٣}{٩٩} = \frac{٢٧}{٩٩} + ٣ = ٣,٢٧٢٧٢٧٢٧٠٠٠٠ \quad \text{الاول}$$

$$\frac{٣٢٤}{٩٩} = \frac{٣ - ٣٢٧}{٩٩} = \frac{٢٧ + ٣ - ٣٠٠}{٩٩} =$$

$$\frac{٢٣ - ٢٣٥٨٤}{٩٩٩٠٠} + ٦ = ٦,٢٣٥٨٤٥٨٤٥٨٤٠٠٠٠٠ \quad \text{الثاني}$$

$$\frac{٦٢٢٩٦١}{٩٩٩٠٠} = \frac{٦٢٣ - ٦٢٣٥٨٤}{٩٩٩٠٠} = \frac{٢٣ - ٢٣٥٨٤ + (١٠٠ - ١٠٠٠٠٠) ٦}{٩٩٩٠٠} =$$

(٢٧٨) تنبيه ٢ - لا يمكن أن يكون بسط الكسر الاعتيادي المكافئ كسر دوري مركبا

منتهيا من جهة اليمين بصفر والبرهنة على ذلك نقول

من المعلوم أنه لا يتأتى أن يكون رقم أحاد بسط الكسر الاعتيادي المكافئ للكسر الدوري المركب صفرا إلا إذا كان الرقم الاول من الجزء الغير الدوري مساويا للرقم الاول من الجزء الدوري وإن حصل ذلك لزم أن يكون ابتداء الجزء الدوري بهذا الرقم خطأ وبذلك يكون تطبيق القاعدة وقع على غير الصواب

ولتوضيح ذلك نقول اننا قد تحصلنا على الكسر الاعتيادي $\frac{23-23084}{99900}$ المولد للكسر الدوري 0.230840840840000 . فلاجل أن يكون البسط منتهيا بصفر يلزم أما أن يكون الرقم الاول ٣ من الجزء الغير الدوري ٢٣ مساويا للرقم الاول ٤ من العدد ٢٣٥٨٤ وأما أن يكون الرقم الاول ٤ من العدد ٢٣٥٨٤ مساويا للرقم ٣ ففي الحالة الاولى يجب أن يكون الكسر المفروض هو 0.24084084084 . ويكون جزؤه الدوري هو ٤٥٨ لا ٥٨٤ أى أن الجزء الدوري يتبدأ من الرقم الثانى من الكسر الاعشارى لامن رقه الثالث وفي الحالة الثانية يجب أن يكون الكسر المفروض هو 0.23083083083 . وبذلك يكون جزؤه الدوري هو ٣٥٨ أى يتبدأ أيضا بالرقم الثانى الاعشارى له لابرقة الثالث ويكون الجزء الغير الدوري رقما واحدا لارقين

(٢٧٩) تنبيه ٣ - الكسر الدوري البسيط يتولد دائما من كل كسر اعتيادي غير قابل للاختصار ولايحتوى مقامه على أى عامل من عاملين ٢ و ٥

وذلك لان الكسر الدائر البسيط يكافئ دائما كسرا اعتياديا لايتألف مقامه الا من تسيعات وبناء عليه فلايحتوى على أى واحد من العاملين ٢ و ٥ حتى بعد اختصاره الى أدق حديه

(٢٨٠) تنبيه ٤ - الكسر الدوري المركب يتولد دائما من كل كسر اعتيادي غير قابل للاختصار محتوى مقامه على أحد العاملين ٢ و ٥ أو على كليهما مع عوامل أخرى وزيادة على ذلك تكون عدد أرقام الدور فيه مساوية دائما لعللى أس لعامل ٢ أولعامل ٥ الداخلى فى مقام الكسر الاعتيادي

وذلك لان الكسر الدوري المركب يكافئ كسرا اعتياديا مقامه منته بصفر أو بعدة أصفار (٢٧٦) أما بسطه فلا يمكن أن يكون منتهيا بصفر (٢٧٨) وحينئذ فيمكن أن يوجد بين حدى الكسر عامل أو عدة عوامل مشتركة مساوية اما الى ٢ فقط أو الى ٥ فقط ولا يمكن أن يشترك بينهما العاملان ٢ و ٥ معا لان ذلك يستلزم وجود العامل ١٠ مشترك بينهما وهو محال (٢٧٨) وحينئذ فبعد اختصار الكسر الى أدق حديه يجب أن يبقى فى المقام اما نوع العامل ٢ وحده أو نوع العامل ٥ كذلك أو يقيان معا فيه

ويشاهد زيادة على ذلك أن عدد عوامل ٢ أو عدد عوامل ٥ التى تبقى فى المقام يكون مساويا لعدد الاصفار التى كانت موجودة من قبل الاختصار على عين المقام أى يكون مساويا لعدد الارقام الغير دورية من الكسر الاعشارى

انا وان كما التزمنا بأن تأتي عقب كل باب بعض مسائل تطبيقية وأخرى تمرينية يطلب حلها لكنه لما كانت المسائل التي يمكن إيرادها على الكسور العشرية لا تختلف بشئ مما عن المسائل التي توضع تطبيقاً للأعداد الصحيحة إلا في المقادير فقط تناسب الاكتفاء هنا على الاتيان ببعض أسئلة تمرينية

الفصل الرابع

(تمرينات)

(١) المطلوب معرفة قبل إجراء الأعمال ما إذا كان يمكن تحويل الكسور الاعتيادية $\frac{83}{400}$ و $\frac{127}{160}$ و $\frac{193}{2000}$ الى كسور عشرية منتية أم لا وما مقدار عدد أرقام خارج القسمة العشرية في حالة الامكان

(٢) المطلوب معرفة قبل إجراء الأعمال ما إذا كان يمكن تحويل الكسور الاعتيادية $\frac{177}{202}$ و $\frac{824}{2331}$ الى كسور عشرية منتية أم لا وما نوع الكسر الدوري اذا كان تحويلها الى كسور عشرية منتية غير ممكن وما عدد أرقام غير الدور فيما اذا كان يحصل من تحويلها كسر دائري أم لا

(٣) المطلوب تحويل الكسور العشرية 0.333 و 0.624 و 0.300 و 0.40 الى كسور اعتيادية واختصار النواتج

(٤) المطلوب تحويل الكسور العشرية 0.2727270000 و 0.3636360000 و 0.636363000 و 0.40202020000 الى كسور اعتيادية واختصار النواتج

(٥) المطلوب البرهنة على أن باقى طرح كسرين أعشاريين دوريين بسيطين من بعضهما يكون دائماً كسراً أعشارياً دورياً بسيطاً

(تم الجزء الأول ويليه الجزء الثانى وأوله الباب الأول فى المقاييس)

فهرست
الجزء الاول
من كتاب تحفة الطلاب
في علم الحساب

صحيفة

٣	(الباب الاول) في التعاريف الاولى والعدي وعمليات الحساب الاربعة الاصلية
٣	الفصل الاول - في التعاريف الاولى
٣	الفصل الثاني - في العدي أو العد
٤	في تأليف الاعداد
٤	في تسمية الاعداد أو العدي اللفظية أو الهوائية
٦	في رسم الاعداد بالاشكال أو العدي الوضعية أو الغبارية
٧	الفصل الثالث - في عمليات الحساب الاصلية
٨	في الجمع
١٠	الكلام على المسائل
١١	في مسائل الجمع
١١	مسائل يطلب حلها
١٢	في الطرح
١٦	في المتمم الحسابي أو الرقي
١٨	في مسائل الطرح
١٩	مسائل يطلب حلها
١٩	في الضرب
٣١	مسائل في الضرب
٣١	مسائل يطلب حلها
٣٢	في القسمة
٤٤	مسائل في القسمة
٤٥	مسائل يطلب حلها
٤٦	(الباب الثاني) في الخواص المتعلقة بقواسم الاعداد ومضاعفاتها والقاسم المشترك الاعظم والاعداد الاولى والبحث عن قواسم أى عدد كان
٤٦	الفصل الاول - في خواص قواسم أى عدد ومضاعفاته
٤٧	الفصل الثاني - في قابلية قسمة الاعداد على ٢ و ٥ و ٤ و ٩ و ٣ و ٦ و ١١ و ٧
٥٤	في عمل ميزان الضرب والقسمة بواسطة ٩ و ١١
٥٧	الفصل الثالث - في القاسم المشترك الاعظم

صفحة	
٥٧	في البحث عن القاسم المشترك الأعظم بين عددين
٦١	في البحث عن القاسم المشترك الأعظم بين جملة أعداد
٦٢	الفصل الرابع - في المضاعف المشترك الأصغر
٦٢	في البحث عن المضاعف المشترك الأصغر بين عددين
٦٣	في البحث عن المضاعف المشترك الأصغر بين جملة أعداد
٦٤	الفصل الخامس - في خواص الأعداد الأولية
٦٩	في البحث عن قواسم أي عدد
٧٢	تـمـريـنات
٧٤	(الباب الثالث) في الكسور الاعتيادية
٧٤	الفصل الأول - في المبادئ
٧٦	الفصل الثاني - قواعد في الكسور
٨١	الفصل الثالث - في اختصار الكسور
٨٣	الفصل الرابع - في تحويل الكسور الى ذات مقام مشترك
٨٧	الفصل الخامس - في عمليات الكسور الاعتيادية
٨٧	في الجمع
٨٨	في الطرح
٨٩	في الضرب
٩٢	في ضرب عدة كسور في بعضها أو أخذ كسور الكسور
٩٣	في قسمة الكسور
٩٦	مسائل تطبيقية على الكسور الاعتيادية
٩٩	تـمـريـنات
١٠١	(الباب الرابع) في الكسور الاعشارية
١٠١	الفصل الأول - في عدية الكسور الاعشارية
١٠٥	الفصل الثاني - في عمليات الكسور الاعشارية
١٠٥	في جمع وطرح الكسور الاعشارية
١٠٦	في ضرب الكسور الاعشارية

صيفة

- ١٠٨ في قسمة الكسور الاعشارية
١٠٩ في خارج القسمة التقريبي
١١٠ في درجة تقريب خارج القسمة
١١٤ في تقويم خارج قسمة عددين أعشاريين بدرجة تقريب معينة
١١٤ الفصل الثالث - في تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور أعشارية وتحويل
الكسور الاعشارية الى كسور اعتيادية
١١٥ في تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور أعشارية
١١٨ في تحويل الكسور الاعشارية الى كسور اعتيادية
١٢٣ الفصل الرابع - تمرينات
-

(تمت الفهرست)

فهرسة

المجزء الثاني

(من كتاب تحفة الطلاب في علم الحساب)

٣	(الباب الاول) في المقاييس
٣	الفصل الاول - في المقاييس القديمة المستعملة الى الآن بمصر
٤	المبحث الاول في مقاييس الاطوال
٥	المبحث الثاني في مقاييس السطوح
٥	المبحث الثالث في قياس الاجسام
٦	المبحث الرابع في مقاييس الجيوب والمكاييل
٧	المبحث الخامس في الموازين
٧	المبحث السادس في الزمن
٨	المبحث السابع في النقود
١٠	الفصل الثاني - في المقاييس الفرنسية الجديدة المسماة بالمقاييس الاعشارية
١٠	المبحث الاول في مقاييس الاطوال
١١	المبحث الثاني في مقاييس السطوح
١٢	المبحث الثالث في مقاييس الاجسام
١٣	المبحث الرابع في مقاييس الموائع والحبوب
١٣	المبحث الخامس في الموازين
١٤	المبحث السادس في الزمن بالطريقة الافرنكية
١٤	المبحث السابع في النقود الفرنسية
١٥	الفصل الثالث - في المقاييس الانكليزية المستعملة بمصر
١٦	الفصل الرابع - في تحويل المقاييس الى بعضها
١٦	المبحث الاول في تحويل أقيسة الاطوال الى بعضها
١٦	الفرع الاول في تحويل أقيسة الاطوال المصرية الى نظائرها من الاعشارية وعكسه
١٨	الفرع الثاني في تحويل أقيسة الاطوال الانكليزية الى نظائرها من الاعشارية وعكسه
١٩	الفرع الثالث في تحويل أقيسة الاطوال المصرية الى نظائرها من الانكليزية وعكسه
١٩	المبحث الثاني في تحويل أقيسة السطوح الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه
٢٠	المبحث الثالث في تحويل أقيسة الاجسام الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه
٢١	المبحث الرابع في تحويل المكاييل الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه
٢٣	المبحث الخامس في تحويل الاوزان الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه

- ٢٤ المبحث السادس في تحويل النقود الى بعضها
 ٢٤ الفرع الاول في تحويل النقود المصرية الى نقود فرنساوية وعكسه
 ٢٥ الفرع الثاني في تحويل النقود الانكليزية الى نقود فرنساوية وعكسه
 ٢٧ الفرع الثالث في تحويل النقود المصرية الى نقود انكليزية وعكسه
 ٢٨ المبحث السابع تمرينات
 ٢٩ (الباب الثاني) في الاعداد المنتسبة
 ٢٩ الفصل الاول - المقدمة
 ٣٠ الفصل الثاني - في عمليات تحويل الاعداد المنتسبة
 ٣٣ الفصل الثالث - في عمليات الاعداد المنتسبة
 ٣٣ في الجمع
 ٣٣ في الطرح
 ٣٣ في الضرب
 ٣٤ في القسمة
 ٣٦ الفصل الرابع - تطبيقات
 ٣٨ الفصل الخامس - تمرينات
 ٤٠ (الباب الثالث) في القوى والجذور
 ٤٠ الفصل الاول - في المربع والجذر التربيعي
 ٤٠ المبحث الاول في المربع والجذر التربيعي لعدد صحيح
 ٤٣ المبحث الثاني في استخراج الجذر التربيعي لعدد صحيح
 ٤٦ تنبيهات
 ٤٧ المبحث الثالث في المربع والجذر التربيعي لكسر اعتيادي
 ٤٩ المبحث الرابع في استخراج الجذر التربيعي للكسر الاعتيادي
 ٥١ المبحث الخامس في تربيع الكسر الاعشاري
 ٥١ المبحث السادس في استخراج الجذر التربيعي لكسر اعشاري
 ٥٢ المبحث السابع في تقريب الجذور التربيعية
 ٥٤ الفصل الثاني - في المكعب والجذر التكعيبي
 ٥٤ المبحث الاول في المكعب والجذر التكعيبي لعدد صحيح

٥٧ المبحث الثاني في الجذر التكعيبي لعدد صحيح

٦١ تنبيهات

٦١ المبحث الثالث في المكعب والجذر التكعيبي لكسرا اعتيادي

٦٣ المبحث الرابع في استخراج الجذر التكعيبي لكسرا اعتيادي

٦٥ المبحث الخامس في تكعيب الكسرا العشاري

٦٥ المبحث السادس في استخراج الجذر التكعيبي لكسرا عشاري

٦٦ المبحث السابع في تقريب الجذور التكعيبية

٦٨ الفصل الثالث - تطبيقات

٧٠ الفصل الرابع - تمرينات

٧١ (الباب الرابع) في النسبة والتناسب

٧١ الفصل الاول - في النسبة

٧٣ الفصل الثاني - في خواص النسبة

٧٤ في جمع النسب

٧٤ في طرح النسب

٧٤ في ضرب النسب

٧٥ في قسمة النسب على بعضها

٧٥ الفصل الثالث - في التناسب

٨٢ الفصل الرابع - تمرينات

الجزء الثاني
من
تحفة الطلاب في علم الحساب

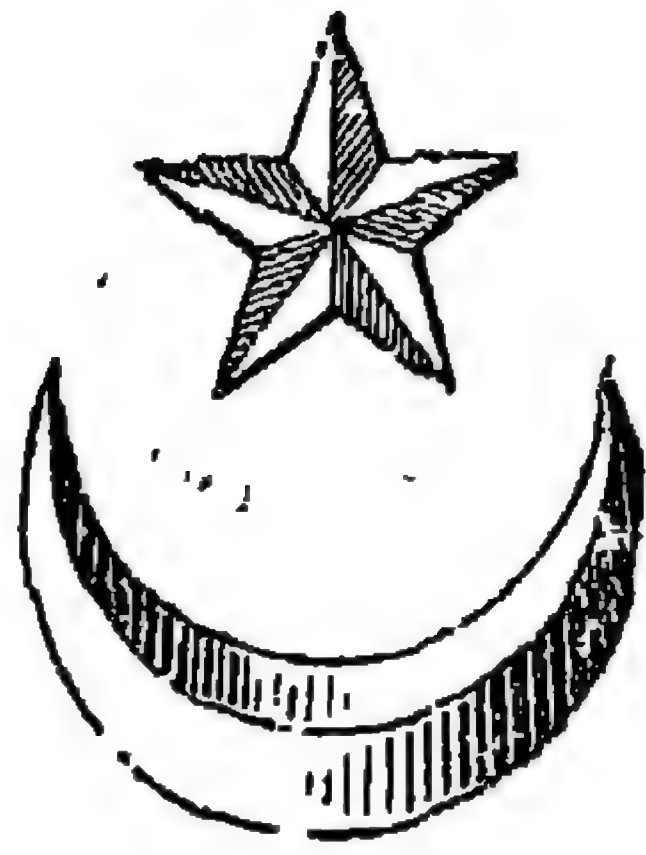
تأليف
حضرة أحمد بك تنظيم
ناظر المدرسة الخديوية

وهو مقررة السنة الثانية من التعليم التجهيزي

قررت تطارة المعارف العمومية بتاريخ ٢٩ ديسمبر سنة ١٨٩٢ غرة ٢٩٢
لزوم طبع هذا الجزء على نفقتها وتدريبه بالمدارس الاميرية

(حقوق الطبع محفوظة للنظارة)

(الطبعة الاولى)
بالمطبعة الكبرى الاميرية ببولاق مصر المحمية
سنة ١٨٩٣
افرجيه



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الباب الاول (في المقاييس)

(٢٨١) قياس الشيء هو مقارنته بشيء آخر من نوعه معلوم المقدار يسمى الوحدة فإذا أردنا قياس طول ثوب من القماش نأخذ طولاً ما كالذراع مثلاً ونقارنه به بأن نبحت عن عدد مرات احتواء طول الثوب على طول الذراع فإذا احتوى عليه عشر مرات مثلاً يقال ان طول الثوب عشرة أذرع

وكما يمكن البحث عن معرفة طول ثوب يمكن أيضاً البحث عن مساحة قطعة أرض أو جزء من بناء أو مقدار كومة من الحبوب أو غيره فمن ذلك يعلم تعدد الاشياء التي يراد تقديرها وهي تستلزم ضرورة تعدد الوحدات لكنها تقتصر على ذكر المتعلق منها بالأطوال والسطوح والاحجام والمكاييل والوزن والزمن والنقود

ومن المعلوم ان أغلب المقاييس ليست واحدة في جميع البلدان وأن الوقوف عليها جميعاً على اختلافها فيه اطالة وصعوبة فلذا لم نذكر هنا الا القيسة المتداولة بمصر الآن قديمة كانت أو حديثة

الفصل الاول

(في المقاييس القديمة المستعملة الى الآن بمصر)

(٢٨٢) مقاييس الاطوال والسطوح والاحجام والحبوب والوزن القديمة المستعملة الى الآن بمصر يمكن استنباطها من مقاييس قدماء المصريين بان يجعل الشبر أساساً لها وهو جزء من ألف جزء من ضلع قاعدة هرم الجيزة الاكبر

المبحث الاول

(في مقاييس الاطوال)

(٢٨٣) مقاييس الاطوال هي

(١) الذراع البلدى وطوله بالشبر ٢٥٠ يستعمل لقياس الاقشعة البياض والحصروله مضاعفات هي

أولا - الفرسخ البرى وطوله ٧٦٦٢,٨٣ ذراعا بلديا يستعمل لقياس المسافات البرية
 ثانيا - الفرسخ البحرى وطوله ٩٥٧٨,٣٦ ذراعا بلديا يستعمل لقياس المسافات البحرية
 ثالث - الميل وهو ثلث الفرسخ فان كان الفرسخ برى يسمى الميل برى وان كان بحرى يسمى
 الميل كذلك

(٢) والذراع الاسلامى وطوله بالشبر ٢٩٠ يقاس به الحرير والصوف والجوخ

(٣) والهنداسة وطولها بالشبر ٢٨٠ يقاس بها الشيت

(٤) والذراع الشرعى أو ذراع الغزل وطوله بالشبر ٢١٣٥ تقدر به المسافات الشرعية
 ويستعمل أيضا في تقدير الغزل

ولهذا الذراع مضاعفات هي

أولا - الميل الشرعى أو العربى وطوله ٤٠٠٠ ذراعا شرعيا

ثانيا - الفرسخ الشرعى وطوله ثلاثة أميال شرعية أو ١٢٠٠٠ ذراعا شرعيا

ثالثا - البريد وطوله أربعة فراسخ أو ثمانية عشر ميلا شرعيا أو ٤٨٠٠٠ ذراعا شرعيا

(٥) والذراع المعمارى وطوله بالشبر ٣٢٤ تقدر به الابنية والاراضى المقتضى اقامة
 ابنيّة عليها

ولهذا الذراع أجزاء ومضاعفات

فأجزؤه هي

أولا - القبضة وهي سدس الذراع المعمارى

ثانيا - الاصبع وهو ربع القبضة أو هو $\frac{1}{4}$ من الذراع المعمارى

ثالثا - حبة الشعير وهي سدس الاصبع أو هي $\frac{1}{4}$ من القبضة أو هي $\frac{1}{144}$ من الذراع
 المعمارى

ومضاعفاته هي

- أولا - الباع وهو أربعة أذرع معمارية
 ثانيا - القصبة وهي تعادل $\frac{71}{10}$ ذراعاً معمارياً
 ثالثاً - الميل الهاشمي وهو يعادل ١٠٠٠ ذراع معماري
 رابعاً - الفرسخ الهاشمي وهو يعادل ثلاثة أميال هاشمية أو يعادل ٣٠٠٠ ذراع معماري
 (٦) والذراع النيلي وطوله بالشبر ٢٣٣ يقاس به زيادة نهر النيل ونقصه

المبحث الثاني

(في مقاييس السطوح)

(٢٨٤) المقاييس المستعملة لتقدير السطوح هي

- (١) القصبة المربعة وهي مربع طول كل ضلع من أضلاعها قصبة تستعمل لقياس الأراضي
 (٢) الذراع المعماري المربع يستعمل لقياس أراضي الأبنية والمساحات المتعلقة بها مثل
 البياض والتباليط وغيره
 (٣) الفدان المصري يعادل ٣٣٣,٣٣٣ قصبة مربعة أو أن كل ثلاثة أفدنة تعادل
 ١٠٠٠ قصبة مربعة ويستعمل لتقدير الأراضي المتسعة

وأجزاء الفدان هي

أولا - نصف الفدان

- ثانياً - القيراط الكامل وهو $\frac{1}{24}$ من الفدان ونصفه يعادل $\frac{1}{48}$ من الفدان
 ثالثاً - الحبة وهي ثلث القيراط أو هي $\frac{1}{72}$ من الفدان
 رابعاً - الدائق وهو نصف الحبة أو هو $\frac{1}{144}$ من الفدان
 خامساً - السهم وهو ربع الدائق أو هو $\frac{1}{576}$ من الفدان
 سادساً - السحتوت وهو $\frac{1}{24}$ من السهم أو هو $\frac{1}{13824}$ من الفدان

المبحث الثالث

(في قياس الأجام)

- (٢٨٥) يستعمل وحدتان لقياس الأجام وهما الذراع المعماري المكعب والقصبة المكعبة
 فالذراع المعماري المكعب هو مكعب طول كل حرف من أحرفه ذراع معماري وتقاس به الأبنية

والقصبة المكعبة هي مكعب طول كل حرف من أحرفه قصبة ويقاس بها الاتربة المكعبة
الخاصة بالحفر والردم

المبحث الرابع

(في مقاييس الجيوب أو المكاييل)

(٢٨٦) الذراع البلدى هو أساس المكاييل المصرية فالذراع البلدى المكعب يسع أردبا
مصريا ووحدة مكاييل الجيوب هو القدح وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هي
أولا - نصف القدح

ثانيا - الزبعة وهي ربع القدح

ثالثا - التمة وهي ثمن القدح

رابعا - الخروبة وهي نصف التمة أو هي $\frac{1}{16}$ من القدح

خامسا - القيراط وهو نصف الخروبة أو هو $\frac{1}{32}$ من القدح

ومضاعفاته هي

أولا - الملو وتعدل قدحين

ثانيا - الزبع ويعادل ملوتين أو أربعة أقداح

ثالثا - الكيلة وتعادل ربعين أو ثمانية أقداح

رابعا - الوية وتعادل كيلتين أو ١٦ قدحا

خامسا - الأردب ويعادل ست ويات أو ٩٦ قدحا

(٢٨٧) تنبيه - وليست هذه المكاييل متضاعفة أو متناقصة عن بعضها في الحجم في حد

ذاتها بل كميات الجيوب التي تملأها هي التي تتضاعف أو تتناقص بالتحريز وأن المصريين

يحسبون في عمل مكاييلهم حساب تضاعف الجيوب بوضعها في الميكال وأن هذا الضغط يكون

بالنسبة لكمية الجيوب المحتوى عليها الميكال وأن يكون أقوى في المكاييل الكبيرة منه

في الصغيرة ولذا كان الميكال المجوز يسع غلة أكثر من ميكالين قدر نصفه مفردين

ثم إن المكاييل المصرية هي على شكل مخروط ناقص ويوضع الحب فيها بلطف بدون دك

ولا تحريز للميكال ولا يكتفى بعمل حجم فراغه بل يلزم وضع الجيوب على بعضها فوقه حتى أنها

بتضاعفها وتماسكها الطبيعي تكون مخروطا ارتفاعه غاية إمكان وقوف الحب بأعلامه فاذن

سعة كل ميكال تكون مركبة من جزئين أحدهما حجم فراغه المعلوم والاخر حجم المخروط الذى

فوقه المسند بثقله الطبيعي على آلة الكيل

المبحث الخامس (في الموازين)

(٢٨٨) وحدة الموازين القديمة المستعملة الى الآن بصرة هي الدرهم وهو جزء من أربعة وستين ألف جزء من ثقل ذراع بلدى مكعب من الماء المقطر (على درجة ٤ فوق الصفر) أو هو جزء من ألف من ثقل مكعب ماء مقطر (على درجة ٤ فوق الصفر) ضلعه ربع ذراع بلدى وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هي

أولا - القيراط وهو يعادل $\frac{1}{16}$ من الدرهم
ثانيا - القمحة وهي ربع قيراط أو تعادل $\frac{1}{64}$ من الدرهم
ومضاعفاته هي

أولا - المثقال ويعال $\frac{3}{4}$ درهما أو ١٥ درهم
ثانيا - الوقية وتعادل ثمانية مثاقيل أو ١٢ درهما
ثالثا - الرطل ويعادل ١٢ وقية أو ٩٦ مثقالا أو ١٤٤ درهما
رابعا - الاوقه وتعادل ٣٣,٣٣ أوقية أو ٤٠٠ درهم
خامسا - القنطار ويعادل مائة رطل أو ١٤٤٠٠ درهم أو ٣٦ أوقه

المبحث السادس (في الزمن)

(٢٨٩) يمكن اعتبار اليوم وحدة للزمن ومدته ما بين شروق الشمس الى الشروق التالي وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هي

أولا - الساعة وهي $\frac{1}{24}$ من اليوم
ثانيا - الدقيقة وهي $\frac{1}{6}$ من الساعة أو هي $\frac{1}{144}$ من اليوم
ثالثا - الثانية وهي $\frac{1}{6}$ من الدقيقة أو هي $\frac{1}{864}$ من اليوم
رابعا - الثالثة وهي $\frac{1}{6}$ من الثانية أو هي $\frac{1}{5184}$ من اليوم وهكذا
ومضاعفاته هي

أولا - الاسبوع وهو يعادل سبعة أيام
ثانيا - الشهر القمري وهو يعادل ٣٠ يوما أو ٢٩ يوما
ثالثا - السنة القمرية وهي تعادل ١٢ شهرا قمريا
رابعا - القرن وهو يعادل ١٠٠ سنة

وهالك جدولاً مشتملاً على أسماء الأشهر العربية المسماة بالقمرية وعدد أيامها

عدد الأيام	أسماء الشهور	عدد الأيام	أسماء الشهور
٣٠	رجب	٣٠	محرم
٢٩	شعبان	٢٩	صفر
٣٠	رمضان	٣٠	ربيع الأول
٢٩	شوال	٢٩	ربيع الثاني
٣٠	ذو القعدة	٣٠	جادی الأولى
٢٩ أو ٣٠	ذو الحجة	٢٩	جادی الثانية


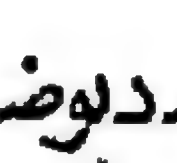
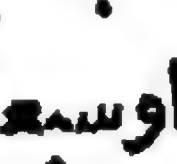
فعلى هذا يكون عدد أيام السنة القمرية إما ٣٥٤ يوماً أو ٣٥٥ يوماً وذلك على حسب كون شهر ذي الحجة ٢٩ يوماً أو ٣٠ يوماً وتسمى السنة في الحالة الأولى بسيطة وفي الثانية كبيسة

المبحث السابع

(في النقود)

(٢٩٠) وحدة النقود التي كانت متداولة بمصر قبل استعمال النقود الجديدة هو القرش وهو قطعة من فضة وزن ٤ ر. درهم وعيارها ٧٥٠ ر. (أي انها مربعة من ٧٥٠ ر. من الفضة الخالصة ومن ٢٥٠ ر. من النحاس لتكون صلبة) ويتقسم القرش الى ٤ باره والبارة الى ١٠ جدد

(٢٩١) حيث ان مضاعفات القرش بعضها من القطع الفضية التي بطل تداولها وبعضها من القطع الذهبية وهي مشتركة بين النقود القديمة والحديثة ناسب عدم ذكر شيء من ذلك هنا انما من حيث ان العلامات التي كانت مستعملة من قبل للدلالة على القروش والبارات والجدد لازالت الى الآن مستعملة عند كثير من الناس ناسب أن نذكرها فنقول

يستدل على نوع القروش بوضع هذه العلامة  فوقه ويستدل على نوع البارات بوضع هذه العلامة  فوقه ويستدل على الجدد بوضع هذه العلامة  فوقه بحيث انه اذا أريد كتابة مقدار من النقود مؤلف من ٢٥ غرشا وسبعة عشر باره وثمانية جدد وضع هكذا

ج — هـ

٨ ١٧ ٢٥

(٢٩٢) وأما النقود الجديدة التي تقرر استعمالها بدل النقود القديمة بمقتضى أمر عال تاريخه ٧ صفر سنة ١٣٠٣ فإن وحدتها هو الجنيه المصري ويتقسم إلى مائة غرش والقرش إلى عشرة أعشار فعلى هذا يكون الجنيه المصري مشتملا على ألف عشر من القرش ولذا فإنهم يسمون عشر القرش بالمليم عند نسبته إلى الجنيه المصري وتمتاز النقود الجديدة عن القديمة بكون أجزائها عشرية حيث يسهل حسابها بالطرق الاعشارية

والمعتاد في كتابة النقود الجديدة عدم ذكر القرش اكتفاء بالجنيه والمليم فإذا أريد كتابة مقدار من النقود مؤلف من خمسة مائة وسبعة وستين غرشا ونصف مثلا أبدل فيه الخمسمائة غرش بخمسة جنيهات وأبدل السبعة وستون غرشا بستمائة وسبعين عشر من القرش أو مائيا وأبدل نصف القرش بخمسة مليمات ثم يوضع كلمة جنيه فوق الجنيهات وكلمة مليم فوق المليمات هكذا

مليم جنيه جنيه
٦٧٥ ٥ أو ٥,٦٧٣ فقط

وهذا الجدول مشتمل على القطع الذهبية والفضية وقيمتها وعباراتها وأوزانها

أسماء قطع النقود	القيمة	العيار	الوزن بالجرام	جنس المعدن
جنيه مصري . . .	١٠٠	٠,٨٧٥	٨,٥٠	ذهب
نصف جنيه مصري	٥٠	»	٤,٢٥	»
خمس جنيه »	٢٠	»	١,٧٠	»
عشر جنيه »	١٠	»	٠,٨٥	»
٢٠ جنيه »	٥	»	٠,٤٢٥	»
$\frac{1}{5}$ جنيه مصري	٢٠	$\frac{2}{3}$ ٠,٨٣٣	٢٨	فضة
»	١٠	»	١٤	»
»	٥	»	٧	»
»	٢	»	٢,٨	»
»	١	»	١,٤	»
»	$\frac{1}{2}$	»	٠,٧	»
»	$\frac{1}{4}$	»	٠,٣٥٠	»

(١) القطعة التي قيمتها ٥٠. القرش أو $\frac{1}{2}$ من الجنيه
(٢) القطعة التي قيمتها ٢٠. القرش أو $\frac{1}{10}$ من الجنيه
(٣) القطعة التي قيمتها ١٠. القرش أو $\frac{1}{20}$ من الجنيه أو المليم

(١) القطعة التي قيمتها $\frac{١}{٢}$ القرش أو $\frac{١}{٢}$ من الجنيه
(٢) القطعة التي قيمتها $\frac{١}{٤}$ القرش أو $\frac{١}{٤}$ من الجنيه

الفصل الثاني

(٢٩٤) المقاييس الاعشارية وضعت بفرنسا في أواخر القرن الثامن عشر وهي مستعملة الآن في أكثر البلاد وأساسها المتر وهو جزء من أربعين مليوناً من محيط دائرة نصف النهار الأرضي (وهي دائرة عظيمة تمر بقطبي الكرة وتقسمها إلى قسمين متساويين) وعلى هذا يكون مقدار الدرجة الأرضية مساوياً الى $\frac{4000000}{36} = 111111$ مترًا

(في مقاييس الاطوال)

أولاً - الديسمتر وهو عشر المتر

ثانيا - السنتمتر وهو جزء من مائة من المتر

ثالثاً - المليمتر وهو جزء من ألف من المتر

ومضاعفاته هي

أَوَّلًا - الديكامتر ويعادل عشرة أمتار

ثانياً - الهكتومتر ويعادل مائة متر

ثالثاً - الكيلومتر و يعادل ألف متر

رابعاً - المربا متر ويعدل عشرة آلاف متر

(٢٩٦) يتضح من طريقة تقسيم هذه الاقيسة أنه يمكن كتابتها وقراءتها على مقتضى القواعد المقررة للأعداد الاعشارية وقد جرت العادة بان الفاصلة الاعشارية توضع عقب الوحدة الاصلية

فعلى هذا يمكن قراءة العدد $٩٧٤٥٣,٥٦٣$ مترا هكذا ٩ ميريامتر و ٧ كيلومتر و ٤ هكتومتر و ٥ ديكامتر و ٣ متر و ٥ ديسيمتر و ٦ سنتيمتر و ٣ ملليمتر وكذا يمكن اعتبار العدد الصحيح المؤلف من الارقام الثلاثة الاول أنه أمتار وما بعده كيلومترات وما على عين الفاصل ملليمترات وعليه فيقرأ العدد المذكور هكذا ٩٧ كيلومترا و ٤٥٣ مترا و ٥٦٣ ملليمتر

المبحث الثاني

(في مقاييس السطوح)

(٢٩٧) وحدة مقاييس السطوح هو المتر المربع وهو مربع طول كل ضلع من أضلاعه متر وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هي

أولا - الديسيمتر المربع وهو يعادل $٠,٠١$ متر مربع
وبان ذلك أنك لو قسمت أضلاع المتر المربع الى عشرة أقسام متساوية بان صار كل قسم منها ديسيمتر ثم قسمت الضلع المجاور له من المتر المربع المذكور كذلك وأقت من نقط تقاسيم كل ضلع أعمدة عليه فان المتر المربع ينقسم بذلك الى مائة مربع متساوية ضلع كل منها يساوي ديسيمتر واذن فيكون الديسيمتر المربع عبارة عن جزء من مائة من المتر المربع وعلى هذا يقاس ما يأتي

ثانيا - السنتيمتر المربع وهو يعادل $٠,٠٠٠١$ متر مربع
ثالثا - الملليمتر المربع وهو يعادل $٠,٠٠٠٠٠١$ متر مربع

ومضاعفاته هي

أولا - الديكامتر المربع وهو يعادل ١٠٠ متر مربع
ثانيا - الهكتومتر المربع وهو يعادل ١٠٠٠٠ متر مربع
ثالثا - الكيلومتر المربع وهو يعادل ١٠٠٠٠٠٠ متر مربع
رابعا - الميريامتر المربع وهو يعادل ١٠٠٠٠٠٠٠ متر مربع
وتقاس الاراضي بالآر وهو عبارة عن ديكامتر مربع وبالسنتيمتر وهو جزء من مائة من الآر وهو عبارة عن المتر المربع وبالهكتار وهو مائة آر ويعادل الهكتومتر المربع

(٢٩٨) كتابة أقيسة السطوح وقراءتها هي كتابة أقيسة الأطوال وقراءتها أي يتبع فيها القواعد المقررة للأعداد العشرية غير أنه يلزم هنا استعمال رقمين لكل قياس فالعدد ٨٤٣,٧٥٢٦ متر مربع يقرأ هكذا

٨٤٣ متر مربع و ٧٥ ديسيمتر مربع و ٢٦ سنتيمتر مربع
فعلى هذا لو كانت الأرقام العشرية فردية العدد لزم وضع صفر على يمينها لجعلها زوجية
فالقراءة العدد ٣٩٨ و ٧٢١ متر يوضع صفر على يمينه ويلفظ به هكذا
٧٢١ متر مربع و ٣٩ ديسيمتر مربع و ٨٠ سنتيمتر مربع

المبحث الثالث

(في مقاييس الاحجام)

(٢٩٩) يستعمل لقياس الاحجام المتر المكعب وله أجزاء ومضاعفات فأجزؤه هي
أولا - الديسيمتر المكعب وهو يعادل ٠.٠٠١ متر مكعب

وبيان ذلك أنك لو قسمت كل واحد من الحرف الثلاثة المتجاورة المجموعة في نقطة واحدة من
المتر المكعب الى عشرة أجزاء متساوية وأمررت من جميع نقط تقاسيم كل حرف مستويات
عمودية عليه فان المتر المكعب ينقسم طبعاً الى ألف مكعب متساوية حرف كل واحد منها يساوي
ديسيمتر واذن فالديسيمتر المكعب يعادل جزءاً من ألف من المتر المكعب وعليه يقاس ما سياتي

ثانياً - السنتيمتر المكعب وهو يعادل ٠.٠٠٠٠٠١ متر مكعب

ثالثاً - المليمتر المكعب وهو يعادل ٠.٠٠٠٠٠٠٠١ متر مكعب

وأما مضاعفاته فهي الديكومتر المكعب والهكتومتر المكعب والكيلومتر المكعب لكنها غير
مستعملة

ولقياس مكعبات أخشاب الخريق يستعمل

أولاً - الستير وهو عبارة عن المتر المكعب

ثانياً - الديسيستير وهو عشر الستير أو عشر المتر المكعب

ثالثاً - الديكاستير وهو عشرة أمثال الستير أو عشرة أمثال المتر المكعب

(٣٠٠) يتبع دائماً في كتابة أقيسة الاحجام وقراءتها قواعد الأعداد العشرية انما يستعمل
دائماً لكل قياس منها ثلاثة أرقام فاذا لم تكن الأرقام العشرية ثلاثية وجب تليها بوضع
صفر أو صفرين على عين الفصل الأخير

مثال ذلك اذا أردنا قراءة العدد ٢٤٣١٠٠٨٥٨٦٤ مترامكعباً نضع صفرين على يمينه فيحدث ٢٤٣١٠٠٨٥٨٦٤٠٠ ويلاحظ به هكذا ٢٤٣١ مترامكعباً و ٨ ديسيمتر مكعب و ٥٨٦٠ سنتيمتر مكعب و ٤٠٠ ملليمتر مكعب

المبحث الرابع (في مقاييس الموائع والحبوب)

(٣٠١) وحدة مقاييس الموائع والحبوب هو اللتر وهو وعاء حجمه ديسيمتر مكعب وله أجزاء ومضاعفات فأجزؤه هي

- أولاً - الديسيلتر وهو يعادل عشر اللتر
 - ثانياً - السنتيلتر وهو يعادل جزءاً من مائة من اللتر
 - ثالثاً - المليلتر وهو يعادل جزءاً من ألف من اللتر
- ومضاعفاته هي

- أولاً - الديكالتر وهو عشرة أمثال اللتر
 - ثانياً - الهكتولتر وهو يعادل مائة لتر
 - ثالثاً - الكيلولتر وهو يعادل ألف لتر
 - رابعاً - الريالتر وهو يعادل عشرة آلاف لتر
- لكنه لم يستعمل وعاء بهذين القدرين الآخرين

(٣٠٢) تكتب هذه المقاييس وتقرأ كما سبق في مقاييس الأطوال

المبحث الخامس (في الموازين)

(٣٠٣) وحدة الموازين هي الجرام وهو ثقل سنتيمتر مكعب من الماء المقطر (على درجة ٤ فوق الصفر) وله أجزاء ومضاعفات فأجزؤه هي

- أولاً - الديسيجرام وهو يعادل عشر الجرام
 - ثانياً - السنتيجرام وهو يعادل جزءاً من مائة من الجرام
 - ثالثاً - المليلجرام وهو يعادل جزءاً من ألف من الجرام
- ومضاعفاته هي

- أولاً - الديكاجرام وهو يعادل عشرة جرام

ثانيا - الهكتوجرام وهو يعادل مائة جرام
 ثالثا - الكيلوجرام وهو يعادل ألف جرام (وهو يعادل ثقل ليتر من الماء المقطر)
 رابعا - الميرياجرام وهو يعادل عشرة آلاف جرام
 (٣٠٤) تكتب هذه المقاييس وتقرأ كما سبق في مقاييس الاطوال

المبحث السادس

(في الزمن بالطريقة الافرنكية)

(٣٠٥) عدد أيام السنة على الحساب الافرنكي هو ٣٦٥ يوما أو ٣٦٦ يوما على حسب ما تكون السنة بسيطة أو كبيسة وتسمى بالسنة الشمسية وهالك أسماء أشهرها وعدد أيامها

عدد الايام	أسماء الشهور	عدد الايام	أسماء الشهور
٣١	يوليه	٣١	يناير
٣١	اغسطس	٢٨ أو ٢٩	فبراير
٣٠	سبتمبر	٣١	مارث
٣١	اكتوبر	٣٠	ابريل
٣٠	نوفمبر	٣١	مايه
٣١	دسمبر	٣٠	يونيه

المبحث السابع

(في النقود الفرنساوية)

(٣٠٦) وحدة النقود الفرنساوية هي الفرنك وهو قطعة ترن ٥ جرام ومركبة من ٨٣٥ من الفضة الخالصة ومن ١٦٥ ر. من النحاس وله أجزاء ومضاعفات لكنه لما كانت جميع النقود الفرنساوية ماعدا قطع الذهب منها بطل استعمالها من مصر قد اقتصرنا هنا على ذكر المستعمل منها فقط

وهالـُ جدولاً يشتمل على أنواع قطع النقود الذهبية المستعملة منها الآن بمصر وعيارها ووزنها وأقطار محيطاتها والمسموح فيها من جهة الوزن والعيار

قيمة قطع العملة	العيار	مسموح العيار	الوزن القانوني	مسموح الوزن	القطر
١٠٠ فرنك	٠.٩٠٠	٠.٠٠١	٣٢,٢٥٨.٠٦ جرام	٠.٠٠١	٣٢ ملليمتر
٥٠ »	»	»	١٦,١٢٩.٠٣ »	»	٢٨ »
٢٠ »	»	»	٦,٤٥١.٦١ »	»	٢١ »
١٠ »	»	»	٣,٢٢٥.٨٠ »	»	١٩ »
٥ »	»	»	١,٦١٢.٩٠ »	»	١٧ »

(٣٠٧) قد ذكرنا بالمرّة السابقة لفظة مسموح والغرض منها أن نعلم أنها كانت فوريقات ضرب العملة لا يتأتى لها الخراج نقود مضبوطة الوزن والعيار على مقتضى القانون ضبطاً محكماً قدر خص لها بعض مسموح في وزن القطع وعياراتها يكون ما بالعجز أو الزيادة بحيث لا يتعدى حده المرخص به ويختلف هذا المسموح باختلاف جنس معدن العملة

الفصل الثالث

(في المقاييس الانكليزية المستعملة بمصر)

(٣٠٨) الاقيسة الانكليزية المستعملة الآن بمصر قاصرة على بعض أقيسة الأطوال وبعض النقود وهي

أولاً - الياردة وتستعمل لقياس الاقشة الشيت وهي أساس المقاييس الانكليزية ولها جزان ومضاعفان فجزاها هما القدم وهو ثلث الياردة والاصبع وهو جزء من اثني عشر جزءاً من القدم ومضاعفاهما القامة الانكليزية وتعادل ياردتين والميل الانكليزي ويعادل ١٧٦٠ ياردة ثانياً - الجنيه الانكليزي أو السترلين هو من جنس الذهب وله نصف ويتقسم الى ٢٠ شلن والشلن الى ١٢ بنس

ويوجد للشلن نصف وضعف وخمسة أنصاف وخمسة أمثال، وجميعها من جنس الفضة وليست الآن مستعملة بمصر

الفصل الرابع

(في تحويل المقاييس الى بعضها)

(٣٠٩) من المعلوم أن تحويل الأقيسة الى بعضها يستلزم أولاً ضرورة معرفة نتائج مقارنة وحداتها الأصلية ببعضها بحيث لو علمت تلك النتائج أو النسب فإن عملية التحويل لا تحتاج بعدها إلا الى ضرب الوحدات المراد تحويلها في النسبة الكائنة بين وحدتها الأصلية والوحدة المراد التحويل اليها كما سنذكره

المبحث الاول

(في تحويل أقيسة الأطوال الى بعضها)

الفصل الأول

(في تحويل أقيسة الأطوال المصرية الى تطايرها من الاعشارية وعكسه)

(٣١٠) قد ذكر في بعض المؤلفات الفرنسية أن طول ضلع قاعدة هرم الجيزة الكبير يعادل ٣٣١ مترًا تقريبًا بحيث أن طول الشبر يعادل ٢٣١ متر

وبالبناء على ذلك يكون

أولاً - طول الذراع البلدي معادل الى ٢,٥ × ٢٣١ = ٥٧٧٥ م أو ٥٨ م تقريبًا (وقد حقق المرحوم محمود باشا الفلكي مقدار الذراع البلدي فوجد أنه يساوي ٥٨٢٦ م غير أن المقدار ٥٨ م وافق للتداول بين الناس ولم أجاء بالأمر العالي الصادر في ١٩ رمضان سنة ١٣٠٨ هجرية ٢٨ ابريل سنة ١٨٩١ ميلادية) ويؤخذ من هذا أن

(١) طول الفرسخ البري يعادل ٧٦٦٢,٨٣ × ٥٨ = ٤٤٤٤,٤٤١٤ مترًا تقريبًا

(٢) طول الفرسخ البحري يعادل ٩٥٧٨,٣٦ × ٥٨ = ٥٥٥٥,٤٤٨٨ مترًا تقريبًا

(٣) وطول الميل البري يعادل $\frac{1}{10}$ × ٤٤٤٤,٤٤١٤ = ٤٤٤,٤٤١٤ مترًا تقريبًا

(٤) وطول الميل البحري يعادل $\frac{1}{10}$ × ٥٥٥٥,٤٤٨٨ = ٥٥٥,٥٤٨٨ مترًا تقريبًا

ثانياً - طول الذراع الاسلامبولي مساويا الى ٢,٩ × ٢٣١ = ٦٦٩٩ م أو

٦٧ م تقريبًا

ثالثاً - طول الهنداسه مساويا الى ٢,٨ × ٢٣١ = ٦٤٦٨ م أو ٦٥ م تقريبًا

رابعاً - طول الذراع الشريعي مساويا الى ٢,١٣٥ × ٢٣١ = ٤٩٣١٨ م أو

٤٩٣٢ م تقريبًا

ومن ذلك يؤخذ أن

- (١) طول الميل الشرعي أو العربي يعادل $٤٠٠٠ \times ٠,٤٩٣٢ = ١٩٧٢,٨$ متر تقريبا
 (٢) طول الفرسخ الشرعي يعادل $١٩٧٢,٨ \times ٣ = ٥٩١٨,٤$ متر تقريبا
 (٣) طول البريدي يعادل $٥٩١٨,٤ \times ٤ = ٢٣٦٧٣,٦$ متر تقريبا
 خامسا - طول الذراع المعماري مساو الى $٣,٢٤ \times ٠,٢٣١ = ٠,٧٤٨٤٤$ م أو $٠,٧٥$ م
 وبالبناء على هذا يكون

- (١) طول القبضة معادلا الى $\frac{١}{٦} \times ٠,٧٥ = ٠,١٢٥$ م
 (٢) طول الاصبع معادلا الى $\frac{١}{٢٤} \times ٠,٧٥ = ٠,٠٣١٢٥$ م
 (٣) طول حبة الشعير معادلا الى $\frac{١}{١٤٤} \times ٠,٧٥ = ٠,٠٠٥٢٠٨$ م
 (٤) طول الباع معادلا الى $٤ \times ٠,٧٥ = ٣$ متر
 (٥) طول القصبة معادلا الى $\frac{٧١}{١٥} \times ٠,٧٥ = ٣,٥٥$ متر
 (٦) طول الميل الهاشمي معادلا الى $١٠٠٠ \times ٠,٧٥ = ٧٥٠$ متر
 (٧) طول الفرسخ الهاشمي معادلا الى $٣ \times ٧٥٠ = ٢٢٥٠$ متر
 سادسا - طول الذراع النبلي مساويا الى $٢,٣٣ \times ٠,٢٣١ = ٠,٥٣٨٢٣$ م أو $٠,٥٤$ م
 تقريبا

(٣١١) وبالعكس حيث ان الذراع البلدي يعادل $٠,٥٨$ م ينتج أن كل مائة ذراع بلدي تعادل $١٠٠ \times ٠,٥٨ = ٥٨$ مترا واذن فالمتري يعادل $\frac{١}{٥٨}$ من مائة ذراع بلدي أو يعادل $\frac{١٠٠}{٥٨} = \frac{١}{٠,٥٨} = ١,٧٢٤$ ذراعا بلديا

وبالتقاس على ذلك يكون المتر معادلا $\frac{١}{٠,٢٧} = ١,٤٩$ ذراعا اسلامبوليا ومعادلا $\frac{١}{٠,٢٦} = ١,٥٤$ هنداسة ومعادلا $\frac{١}{٠,٢٧} = ٢,٠٢٧$ ذراعا شرعيا ومعادلا $\frac{١}{٠,٢٧} = ١,٣٣$ ذراعا معماريا ومعادلا $\frac{١}{٠,٥٤} = ١,٨٥$ ذراعا نيليا ومن هذا يؤخذ أن

(١) الديسمتر يعادل $١,٧٢$ ذراعا بلديا ويعادل $١,٤٩$ ذراعا اسلامبوليا ويعادل $١,٥٤$ هنداسة ويعادل $٢,٠٢٧$ ذراعا شرعيا ويعادل $١,٣٣$ ذراعا معماريا ويعادل $١,٨٥$ ذراعا نيليا وعلى هذا يقاس باقي أجزاء المتر

(٢) الديكامتر يعادل $١٧,٢٤$ ذراعا بلديا ويعادل $١٤,٩$ ذراعا اسلامبوليا ويعادل $١٥,٤$ هنداسة ويعادل $٢٠,٢٧$ ذراعا شرعيا ويعادل $١٣,٣$ ذراعا معماريا ويعادل $١٨,٥$ ذراعا نيليا وعلى هذا يقاس باقي مضاعفات المتر

(٣١٢) اذا تقررهذا نذكر المثالين الاتيين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٢٣٧٥ ذراعا بلديا الى كيلومترات نقول حيث ان الذراع البدي يعادل ٥٨ م وان المتر يعادل ٠.٠٠١ كيلومتر فيعادل اذن ٢٣٧٥ ذراعا بلديا كيلومترات قدرها $٢٣٧٥ \times ٠.٥٨ \times ٠.٠٠١ = ١.٣٧٧٥٠$

المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل ٧٢٥ مترا الى أقصاب نقول حيث ان القصبه تعادل ٣,٥٥ متر فيكون المتر معادلا الى $\frac{١}{٣.٥٥}$ قصبه وعليه يكون ٧٢٥ مترا معادلا الى $٧٢٥ \times \frac{١}{٣.٥٥} = ٢٠٤,٢٢٥$ قصبه تقريبا

الفرع الثاني

(في تحويل أقيسة الاطوال الانكليزية الى نظائرها من الاعشارية وعكسه)

(٣١٣) حيث أن طول الياردة يعادل ٩١٤٣٨٣٤٨ م فيكون

(١) القدم الانكليزي معادلا الى $\frac{١}{٣} \times ٩١٤٣٨٣٤٨ = ٣٠٤٧٩٤٤٩$ م تقريبا

(٢) والاصبع الانكليزي معادلا الى ٢٥٣٩٩٥٤ م تقريبا

(٣) والميل الانكليزي معادلا الى ١٦٠٩,٣١٤٩٢٤٨ م تقريبا

(٤) والقامة الانكليزية معادلة الى ١,٨٢٨٧٦٦٩٦ مترا

(٣١٤) وبالعكس - حيث ان المتر يعادل $\frac{١}{٩١٤٣٨٣٤٨}$ ياردة أو ٠.٩٤ ياردة تقريبا

فيعادل اذن ٣,٢٨٠.٨٩٩٢ أو ٣,٢٨ قدما انكليزيا تقريبا ويعادل ٣٩,٣٧.٧٩

أو ٣٩,٣٧ أصبعا انكليزيا تقريبا ويعادل ٥٤٦٨١٦٥٢٨ م أو ٥٥٠ قامة انكليزية

تقريبا ويعادل ٦٢١٣٨٢ م أو ميلا انكليزيا

وبناء على ما ذكر يكون

(١) السنتيمتر معادلا الى ٠.٩٤ ياردة تقريبا أو الى ٣٢٨ م قدما انكليزيا تقريبا

أو الى ٣٩٣٧ م أصبعا انكليزيا وهكذا وعلى هذا يقاس باقي أجزاء المتر

(٢) والكيلومتر معادلا الى ١.٠٩٤ ياردة تقريبا أو الى ٣٢٨٠ قدما انكليزيا تقريبا أو الى

٣٩٣٧ م أصبعا انكليزيا وهكذا وعلى هذا يقاس باقي مضاعفات المتر

(٣١٥) اذا تقررهذا نذكر المثالين الاتيين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل خمسة كيلومترات الى أميال انكليزية نقول حيث ان

الكيلومتر الواحد يعادل ٦٢١٣٨٢,٠ ميلا انكليزيا فالجسمة كيلومترات تعادل اذن
 $٠,٦١٣٨٢ \times ٥ = ٣,١٠٦٩١٠$ ميلا انكليزيا

المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل ٣٧٢٥ ياردة الى ديكامترات نقول حيث ان الياردة
 تعادل ٩١٤٣٨٣٤٨,٠ مترا فتعادل ٩١٤٣٨٣٤٨,٠ ديكامترا وحيث عدد ٣٧٢٥
 يارده يعادل $٣٧٢٥ \times ٩١٤٣٨٣٤٨,٠ = ٣٤٠,٦٠٧٨٦٦٣٠٠$ ديكامتر

الفرع الثالث

(في تحويل اقيسة الاطوال المصرية الى نظائرهما من الانكليزية وعكسه)

(٣١٦) ولنجعل هنا الاقيسة الاعشارية واسطة لتحويل الاقيسة المصرية الى نظائرها من
 الانكليزية فنقول حيث ان الذراع البلدى يعادل ٥٨,٠ م والياردة تعادل ٩١٤٤,٠ م
 تقريبا فالذراع البلدى يعادل اذن $\frac{٥٨}{٩١٤٤} = ٠,٠٠٦٣٤$ يارده أو أن الياردة تعادل
 $\frac{٩١٤٤}{٥٨} = ١,٥٧٦$ ذراعا بلديا تقريبا وعلى هذا وما سبق يقاس الباقى

(٣١٧) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٢٥٧ ذراعا معماريا الى قامات انكليزية نقول حيث ان
 الذراع المعمارى يعادل $\frac{٢٧٥}{٩١٤٤} = ٠,٠٢٩٩٦$ يارده تقريبا فيعادل اذن ١,٤٠٠ قامة انكليزية
 وعليه فيكون ٢٥٧ ذراعا معماريا معادلا الى $٢٥٧ \times ٠,٠٢٩٩٦ = ٧,٦٠٠$ قامة انكليزية
 المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل ٣٤٢ ياردة الى أقصاب نقول حيث ان الياردة تعادل
 $\frac{٢٩١٤٤}{٣٢٥٥} = ٨٨,٠٩١$ قصبه تعادل اذن $٣٤٢ \times \frac{٢٩١٤٤}{٣٢٥٥} = ٣٠٠٠$ قصبه تقريبا

المبحث الثانى

(في تحويل اقيسة السطوح الى بعضها المصرية الى اعشاريه وعكسه)

(٣١٨) أولا - حيث ان القصبه تعادل ٣,٥٥ م فالقصبه المربعة تعادل $٣,٥٥ \times ٣,٥٥$
 $= ١٢,٦٠٢٥$ مترا مربعا تقريبا

وبالبناء على ذلك يكون

- (١) الفدان المصرى معادلا الى $٣٣٣,٣٣ \times ١٢,٦٠٢٥ = ٤٢٠٠,٨$ مترا مربعا تقريبا
- (٢) القيراط الكامل معادلا الى $١٧٥,٠٣٤٧٢٢$ مترا مربعا تقريبا
- (٣) والحبة معادلة الى $٥٨,٣٤٤٩٠٧$ مترا مربعا تقريبا

- (٤) والدائق معادل الى ٢٩,١٧٢٤٣٣٧ متر مربع تقريبا
 (٥) والسهم معادل الى ٠,٧٢٩٣١١٣٤ متر مربع تقريبا
 (٦) والسحتوت معادل الى ٠,٣٠٣٨٧٩٧ متر مربع تقريبا
 ثانيا - حيث ان الذراع المعماري يعادل ٠,٧٥ م فالذراع المعماري المربع يعادل ٠,٧٥
 $0,75 \times 0,75 = 0,5625$ متر مربع

(٣١٩) وبالعكس - حيث ان المتر يعادل $\frac{1}{3,05}$ = ٠,٢٨١٦٩ قصبة فالتر المربع يعادل اذن ٠,٢٨١٦٩ \times ٠,٢٨١٦٩ = ٠,٧٩٣٤٩٢٦٥١ أو ٠,٧٩٣٥ قصبة
 مربعة تقريبا
 وبالبناء على هذا يكون

(١) الديسمتر المربع معادل الى ٠,١ \times ٠,٧٩٣٥ = ٠,٠٧٩٣٥ قصبة مربعة
 تقريبا

(٢) والديكومتر المربع معادل الى ١٠٠ \times ٠,٧٩٣٥ = ٧,٩٣٥ قصبة تقريبا
 وعلى هذا يقاس باقى الاجزاء والمضاعفات

(٣٢٠) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٢٥ فداناً مصرياً الى آرات أى الى ديكامترات مربعة نقول حيث ان الفدان يعادل ٨,٢٠٠ متر مربعاً فيعادل اذن من الآرات ٤٢,٠٠٨٠ وحينئذ فان خمسة وعشرون فداناً تعادل ٢٥ \times ٨,٢٠٠ = ٤٢,٠٠٨٠ آرا
 المثال الثانى - ليكن المطلوب تحويل ٧١ أمتاراً مربعة الى أقصاب مربعة نقول حيث ان المتر المربع يعادل ٠,٧٩٣٥ قصبة مربعة فيعادل اذن ٧١ متر مربعاً أقصاباً مربعة عددها مساو الى ٧١ \times ٠,٧٩٣٥ = ٥٦,٣٣٨٥٠

المبحث الثالث

(فى تحويل أقيسة الاجسام الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه)

(٣٢١) الذراع المعماري المكعب يعادل ٠,٧٥ \times ٠,٧٥ \times ٠,٧٥ = ٠,٤٢١٨٧٥ متر مكعباً والقصبة المكعبة تعادل ٣,٥٥ \times ٣,٥٥ \times ٣,٥٥ = ٤٤,٧٣٧٨٧٥ متر مكعباً

(٣٢٢) وبالعكس المتر المكعب يعادل $١,٣٣ \times ١,٣٣ \times ١,٣٣ = ٢,٣٥٣$ ذراعا معماريا مكعبا وعلى هذا يكون

(١) الديسيمتر المكعب يعادل $٢,٣٥٣ \times ٠,٠٠١ = ٠,٠٠٢٣٥٣$ ذراعا معماريا مكعبا

(٢) الديكامتراكعب يعادل $٢,٣٥٣ \times ١٠٠٠ = ٢٣٥٣$ ذراعا معماريا مكعبا وعلى هذا يقاس باقي الاجزاء والمضاعفات

(٣٢٣) اذا تقرر ما ذكرناه كالمثالين الآتين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٧٢ ذراعا معماريا مكعبا الى ديسيمترات مكعبة نقول حيث ان الذراع المعمارى المكعب يعادل $٤٢١,٨٧٥$ مترامكعبا فيعادل اذن $٤٢١,٨٧٥$ ديسيمترامكعبا وحينئذ فيكون ٧٢ ذراعا معماريا مكعبا معادلا الى $٧٢ \times ٤٢١,٨٧٥ = ٣٠.٣٧٥$ ديسيمتر مكعب

المثال الثانى - ليكن المطلوب تحويل ٧٢٥٣٤ سنتيمترات مكعبة الى أذرع معمارية مكعبة نقول حيث ان المتر المكعب يعادل $٢,٣٥٣$ ذراعا معماريا مكعبا فيعادل السنتيمتر المكعب من الاذرع المعمارية المكعبة المقدار $\frac{١}{٢,٣٥٣}$ $٢,٣٥٣ \times \frac{١}{٢,٣٥٣} = ٠,٠٠٠٠٠٢٣٥٣$ وحينئذ فعدد $١,٢٥٣٤$ سنتيمتر مكعب يعادل $٧٢٥٣٤ \times ٠,٠٠٠٠٠٢٣٥٣ = ١٧٠.٦٧٢٥٠٢$ ذراعا معماريا مكعبا

المبحث الرابع

(في تحويل المكايل الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه)

(٣٢٤) قد ذكرنا (بمرة ٢٨٦) أن الذراع البلدى هو أساس المكايل المصرية وأن حجم مكعبه يسع أردبامصريا و (بمرة ٣٠١) أن وحدة مقاييس الموائع والحبوب الاعشارية هو الليتر وهو وعاء يساوى حجمه ديسيمتر مكعب وحيث ان الذراع البلدى المكعب يساوى ١٩٥١١٢ مترامكعبا فيسع حجمه اذن ١٩٥ ليتر وديسيلتر واحد وستيلتر واحد وميليلترين ولم يكن ذلك موافقا للتداول بين الناس لان المقدار المتداول هو باعتبار أن الذراع البلدى المكعب يعادل ١٩٨ مترامكعبا تقريبا أعنى أنه يعادل ١٩٨ ليتر كما جاء فى الامر العالى الصادر فى ١٩ رمضان سنة ١٣٠٨ (٢٨ ابريل سنة ١٨٩١) الخاص باستعمال المقاييس الاعشارية (وعلى هذا الاعتبار يكون مقدار الذراع البلدى مساويا الى ٥٨٢٦ متر تقريبا كما حققه الفاضل المرحوم محمود باشا الفلكى بمرة ٣١٠ أولا)

وبالبناء على ذلك يكون (اذ لوحظ ما ذكر بنمرة ٢٨٧ يعلم أن ما سندكره في هذا المبحث على المكاييل المصرية من التقدير والتحويل لم يكن الا نظريا فقط لاعمالها كما لا يخفى)

- (١) سعة الوية معادلة الى ٣٣ ليتر
- (٢) والسكيلة معادلة الى ١٦,٥ ليتر
- (٣) والرابع معادلا الى ٨,٢٥ ليتر
- (٤) والمائة معادلة الى ٤,١٢٥ ليتر
- (٥) والقدرح معادلا الى ٢,٠٦٢٥ ليتر
- (٦) ونصف القدرح معادلا الى ١,٠٣١٢٥ ليتر
- (٧) والرابعة معادلة الى ٠,٥١٥٦٢٥ ليتر
- (٨) والثلثة معادلة الى ٠,٢٥٧٨١٢٥ ليتر
- (٩) والخروبة معادلة الى ٠,١٢٨٩٠٦٢ ليتر
- (١٠) والقسيراط معادلا الى ٠,٠٦٤٤٥٣١٢٥ ليتر

(٣٢٥) وبالعكس حيث ان المتر يعادل ١,٧٢٤ (نمرة ٣١١ باعتبار أن طول الذراع البلدي يعادل ٠,٥٨ م) ذراعا بلديا فالتر المكعب يعادل اذن ١,٧٢٤ × ١,٧٢٤ × ١,٧٢٤ = ٥,١٢٤٠٢١٤٢٤ ذراعا بلديا مكعبا ولما كان الليستر يعادل $\frac{1}{100}$ من المتر المكعب فيعادل اذن ٠,٠٠١ × ٥,١٢٤٠٢١٤٢٤ = ٠,٠٠٥١٢٤٠٢١٤٢٤ أو ٠,٠٠٥ ذراعا بلديا مكعبا

وبناء على هذا وما سبق يقاس الباقى

(٣٢٦) اذا تقر هذا نذكر المثالين الاتيين

المثال الاول - ليكن المطلوب معرفة ما يسعه حجم ٣٥٢ أردبام صريا من الهكتولترات نقول حيث ان حجم الاردب المصرى يسع ١٩٨ ليتر فيسع اذن مقدارا من الهكتولترات قدره ١,٩٨ وبناء عليه بحجم ٣٥٢ أردبام صريا يسع ٣٥٢ × ١,٩٨ = ٦٩٦,٩٦ هكتولتر

المثال الثانى - ليكن المطلوب تقدير سعة ٧٥٠ ديكا لير بسعة الميكال (النظرى) الذى تكال به الوية نقول

حيث ان سعة الوية (النظرية) تعادل ٣٣ ليتر فتسع من الديكا لسترات مقدارا قدره ٣٣ وتكون سعة الديكا لير معادلة الى $\frac{1}{33}$ = ٣٠,٣٠٣ وية تقريبا

وحينئذ فسعة ٧٥٠ ديكا لير تعادل ٧٥٠ × ٣٠,٣٠٣ = ٢٢٧,٢٧٢٥ وية تقريبا

المبحث الخامس

(في تحويل الاوزان الى بعضها المصرية الى اعشارية وعكسه)

(٣٢٧) قد ذكرنا من جهة (بنمرة ٢٨٨) أن الدرهم الذي هو وحدة الاوزان المصرية يعادل جراما ألف من ثقل مكعب ماء مقطر ضلعه ربع ذراع بلدى ومن جهة أخرى (بنمرة ٣٠٣) أن الجرام الذي هو وحدة الاوزان الاعشارية يعادل ثقل مكعب ماء مقطر ضلعه سنتيمتر وحيث أن المكعب الذي ضلعه ربع ذراع بلدى يعادل ٦٢٥.٤٨٦٢٥ ر. متر مكعبا أى يساوى ٣ ديسيمتر مكعب و ٤٨ سنتيمتر مكعب و ٦٢٥ ملليمتر مكعب فيعادل اذن ٣٠٠٠ جراما و ٤٨ جراما و ٦٢٥ ملليجرام أى يعادل ٣٠٤٨,٦٢٥ جراما ولما كان هذا المقدار يعادل زنة ألف درهم نتج من ذلك أن الدرهم يعادل ٣,٠٤٨٦٢٥ جراما أو ٣,٠٥ جراما تقريبا

انما مقدار الدرهم الذى جاء فى الامر العالى السابق التنويه عنه (بنمرة ٣٢٤) انحصار استعمال المقاييس الاعشارية هو ٣,١٢ جراما (والمقدار المتداول هو ٣,١٢٥ جراما أى ان الدرهم يعادل ٣ جرام و ١٢ غن) وبناء على ذلك يكون

- (١) زنة القيراط معادلة الى ٠,١٩٥ جراما
- (٢) وزنة القمحة معادلة الى ٠,٤٨٧٥ جراما
- (٣) وزنة المئقال معادلة الى ٤,٦٨ جراما
- (٤) وزنة الوقية معادلة الى ٣٧,٤٤ جراما
- (٥) وزنة الرطل معادلة الى ٤٤٩,٢٨ جراما
- (٦) وزنة الاقة معادلة الى ١٢٤٨ جراما
- (٧) وزنة القنطار معادلة الى ٤٤٩٤٨ جراما أو ٤٤,٩٢٨ كيلو جراما

(٣٢٨) وبالعكس حيث ان الدرهم يعادل ٣,١٢ جراما فيعادل الجرام اذن $\frac{1}{3,12} = ٠,٣٢٠٥$ درهما أو ٠,٣٢٨ قيراطا وهكذا

(٣٢٩) اذا تقررهذا نذكر المثالين الآتين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ١٧٣٢ درهما الى كينايو جرامات نقول حيث ان الدرهم يعادل ٣,١٢ جراما فيعادل من الكيلو جرام المقدار ٠,٣١٢ ر. وحيث أن عدد ١٧٣٢ درهما يعادل $١٧٣٢ \times ٠,٣١٢ = ٥٤٠,٣٨٤$ كيلو جراما

المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل ٥٤٣٢ كيلو جراما الى قناطر نقول حيث ان
 الكيلو جرام الواحد يعادل $\frac{1}{44.935}$ قنطارا فعدد ٥٤٣٢ كيلو جراما يعادل $5432 \times \frac{1}{44.935}$
 $= 120.90$ قنطارا تقريبا

المبحث السادس

(في تحويل النقود الى بعضها)

الفرع الاول

(في تحويل النقود المصرية الى نقود فرنساوية وعكسه)

- (٣٣٠) حيث ان الجنيه يعادل ٢٥,٩٢٣٥ أو ٢٦ فرنكا تقريبا فيكون
 (١) نصف الجنيه المصري معادل الى ١٢,٩٦١٧٦ أو ١٣ فرنكا تقريبا
 (٢) وربع الجنيه المصري معادل الى ٦,٤٨٠,٨٨ أو ٦,٥ فرنكا تقريبا
 (٣) وخمس الجنيه المصري ذهبيا كان أو فضة معادل الى ١,٨٤٧,٥ أو ٢,٠ فرنكا تقريبا
 (٤) وعشر الجنيه المصري ذهبيا كان أو فضة معادل الى ٢,٥٩٢٣٥ أو ٢,٦ فرنكا
 تقريبا

- (٥) ونصف عشر الجنيه المصري ذهبيا كان أو فضة معادل الى ١,٢٩٦١٧٥ أو ١,٣٠
 فرنكا تقريبا

- (٦) وخمس عشر الجنيه المصري معادل الى ١,٨٤٧,٥ أو ٢,٠ فرنكا تقريبا
 (٧) وعشر عشر الجنيه المصري أو القرش معادل الى ٢,٥٩٢٣٥ أو ٢,٦ فرنكا
 تقريبا

- (٨) ونصف القرش معادل الى ١,٢٩٦١٧٥ أو ١,٣ فرنكا تقريبا
 (٩) وربع القرش معادل الى ٦٤٨,٠٨٧٥ أو ٦٥ فرنكا تقريبا
 (١٠) والمليم معادل الى ٢,٥٩٢٣٥ أو ٢,٦ فرنكا تقريبا
 (١١) ونصف المليم معادل الى ١,٢٩٦١٧٥ أو ١,٣ فرنكا تقريبا
 (١٢) وربع المليم معادل الى ٦٤٨,٠٨٧٥ أو ٦٥ فرنكا تقريبا

- (٣٣١) وبالعكس الفرنك يعادل $\frac{1}{25.9235}$ أو ٣,٨٥٧٥ فرنكا مصرية أو يعادل
 ٣,٨٥٧٥ قرشا مصرية أو يعادل ٣,٨٥٧٥ مليما

وبالبناء على هذا يكون

(١) القطعة التي قيمتها ١٠٠ فرنك معادلة الى ٣,٨٥٧٥١ جنيه مصري أو الى ٣٨٥,٨٥١ قرشا

قرشا أو الى ٣٨٥٧,٥١ مللما

(٢) والقطعة التي قيمتها ٥٠ فرنكا معادلة الى ١,٩٢٨٧٥٥ جنيه مصري أو الى

١٩٢,٨٧٥٥ قرشا أو الى ١٩٢٨,٧٥٥ مللما

(٣) والقطعة التي قيمتها عشرون فرنكا معادلة الى ٠,٧٧١٥ جنيه مصري أو الى ٧٧,١٥ قرشا

قرشا أو الى ٧٧١,٥ مللما (أو $\frac{77}{100}$)

(٤) والقطعة التي قيمتها خمسة فرنكات معادلة الى ٠,١٩٢٨٧٥ جنيه مصري أو الى

١٩,٢٨٧٥ قرشا أو الى ١٩٢,٨٧٥ مللما وهكذا

(٣٣٢) اذا تقررهذا نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٢٢٥ قطعة من قطع النقود المصرية التي قيمة الواحدة

منها خمس عشر الجنيه المصري الى قطع ذهب فرنساوية من التي قيمة الواحدة منها عشرون

فرنكا نقول حيث ان القطعة الواحدة المصرية من التي قيمة الواحدة منها خمس عشر الجنيه

المصري تعادل ٥,١٨٤٧ فرنكا فتعادل اذن $\frac{1}{5} \times ٥,١٨٤٧ = ١,٠٣٦٨٨٥$ فرنكا

قطعة من التي قيمة الواحدة منها عشرون فرنكا وحينئذ فعدد ٢٢٥ قطعة مصرية من التي قيمة

الواحدة منها خمس عشر الجنيه المصري يساوي $٢٢٥ \times ١,٠٣٦٨٨٥ = ٢٣٣٦٨٨٥$ فرنكا

قطعة فرنساوية من التي قيمة الواحدة منها عشرون فرنكا

المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل مائة قطعة فرنساوية من التي قيمة الواحدة منها خمسة

فرنكات الى قروش نقول حيث ان قيمة القطعة الواحدة من ذوات الخمسة فرنكات تعادل

قروشا قدرها ١٩,٢٨٧٥ فتكون المائة قطعة المعلومة معادلة الى ١٩٢,٨٧٥ قرشا

الفصل الثاني

(في تحويل النقود الانكليزية الى نقود فرنساوية وعكسه)

(٣٣٣) الجنيه الانكليزي أو السترليني يعادل ٢٥,٢٧٥٤٣٧ فرنكا تقريبا وبما عليه يكون

(١) نصف الجنيه الانكليزي معادلا الى ١٢,٦٣٧٧١٨٥ فرنكا تقريبا

(٢) والقطعة التي قيمتها خمسة شلنات أي ربع جنيه انكليزي معادلة الى ٦,٣١٨٨٥٩ فرنكا

فرنكا تقريبا

- (٣) والقطعة التي قيمتها شلن ونصف معادلة الى ٣,١٥٩٤٢٩ فرنكات تقريبا
 (٤) والقطعة التي قيمتها شلنان فقط معادلة الى ٢,٥٢٧٥٤ فرنكات تقريبا
 (٥) والشلن معادلا الى ١,٢٦٣٧٧ فرنكات تقريبا
 (٦) ونصف الشلن معادلا الى ٠,٦٣١٨٨ فرنكات تقريبا
 (٧) والبنس معادلا الى ١٠,٥٣١٤ فرنكات تقريبا أو معادلا الى ١٠,٥٣١٤٣٢٢ سنتيما

(٣٣٤) وبالعكس الفريكت يعادل $\frac{1}{2502705437} = 0.3906$ ر. جنيتها انكليزيا تقريبا
 أو يعادل ٧٩١٢ ر. شلنا تقريبا فعلى هذا يكون

(١) القطعة التي قيمتها ١٠٠ فرنك معادلة الى ٣,٩٥٦ ر. جنيتها انكليزيا تقريبا أو معادلة الى ٧٩,١٢ شلنا

(٢) والقطعة التي قيمتها عشرون فرنكا معادلة الى ٧٩١٢ ر. جنيتها انكليزيا تقريبا أو معادلة الى ١٥,٨٢٤ شلنا تقريبا

(٣) والقطعة التي قيمتها خمسة فرنكات معادلة الى ١٩٧٨ ر. جنيتها انكليزيا تقريبا أو معادلة الى ٣,٩٥٦ شلنا تقريبا وهكذا

(٣٣٥) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٢٧٥ شلنا الى قطع فرنساوية من التي قيمة الواحدة منها خمسة فرنكات نقول حيث ان الشلن يعادل ١,٢٦٣٧٧ فرنكا فيعادل ضرورة $\frac{1}{5} \times 1,26377 = 0.252754$ ر. من القطع الفرنساوية التي قيمة الواحدة منها خمسة فرنكات وعليه فيكون ٢٧٥ شلنا معادلا الى

$0.252754 \times 275 = 69,5235$ قطعة فرنساوية قيمة كل واحدة منها ٥ فرنكات

المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل ٥٧ قطعة فرنساوية من التي قيمة الواحدة منها عشرون فرنكا الى جنيتها انكليزية نقول حيث ان كل واحدة من هذه القطعة تعادل ٧٩١٢ ر. جنيتها انكليزيا تقريبا فعدد ٥٧ قطعة يعادل اذن

$$0.7912 \times 57 = 45,0984 \text{ ر. جنيتها انكليزيا}$$

الفرع الثالث

(في تحويل النقود المصرية الى نقود انكليزية وعكسه)

(٣٣٦) الجنيه المصرى يعادل $\frac{1}{100}$ = ١٠٢٥٦٤ ر. جنيتها انكليزيا تقرينا أو الى ٢٠٥١ شلنا وبالبناء على هذا يكون

(١) نصف الجنيه المصرى معادلا الى ٥١٢٨٢ ر. جنيتها انكليزيا أو الى ١٠٢٥٦٤ ر. شلنا

(٢) وعشر الجنيه المصرى معادلا الى ١٠٢٥٦٤ ر. جنيتها انكليزيا أو الى ٢٠٥١٢٨ ر. شلنا

(٣) وعشر عشر الجنيه المصرى معادلا الى ١٠٢٥٦٤ ر. جنيتها انكليزيا أو الى ٢٠٥١٢٨ ر. شلنا

(٤) والمليم معادلا الى ١٠٢٥٦٤ ر. جنيتها انكليزيا أو الى ٢٠٥١٢٨ ر. شلنا وهكذا

(٣٣٧) وبالعكس - الجنيه الانكليزى يعادل ٩٧ ر. ٥ قرشاً مصرياً أو الى ٩٧٥ ر. جنيتها مصرياً أو ٩٧٥ مللماً

وبالبناء على ذلك يكون

(١) نصف الجنيه الانكليزى معادلا الى ٤٨٧٥ ر. قرشاً أو الى ٤٨٧٥ ر. جنيتها مصرياً أو الى ٤٨٧٥ ملماً

(٢) والقطعة التى قيمتها خمسة شلنات معادلة الى ٢٤٣٧٥ ر. قرشاً أو الى ٢٤٣٧٥ ر. جنيتها مصرياً أو الى ٢٤٣٧٥ ملماً

(٣) والشلن معادلا الى ٤٨٧٥ ر. قرشاً أو الى ٤٨٧٥ ر. جنيتها مصرياً أو الى ٤٨٧٥ ملماً وهكذا

(٣٣٨) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٣٢٧ قطعة من النقود المصرية التى قيمتها الواحدة منها عشر جنيه مصرية الى شلنات نقول حيث ان عشر الجنيه المصرى يعادل ٢٠٥١٢٨ ر. شلنا فبلغ ٣٢٧ قطعة يعادل اذن $205128 \times 327 = 67076806$ ر. شلنا

المثال الثانى - ليكن المطلوب تحويل ١٢٥ جنيتها انكليزيا الى أعشار أعشار الجنيه المصرى أو القروش نقول حيث ان الجنيه الانكليزى يعادل ٩٧ ر. ٥ قرشاً مصرياً فعدد ١٢٥ جنيتها انكليزيا يعادل اذن $97.5 \times 125 = 12187.5$ قرشاً

المبحث الخامس (تقريبات)

- (١) حوّل ٥٣ ذراعا بلديا الى أقدام
- (٢) حوّل ٢٤,٣ قصبة مربعة الى ديسيمترات مربعة
- (٣) حوّل ٧,٢٣ ديسيمترات مربعة الى أقدام انكليزية مربعة
- (٤) حوّل ١٢,٥ ذراع معماري مكعب الى سنتيمترات مكعبة
- (٥) حوّل ١٤ أوقية مصرية الى كيلو جرامات
- (٦) حوّل ١٣,٥ جنيه مصري الى بنسات انكليزية

الباب الثاني

(في الاعداد المنتسبة)

الفصل الاول

(المقدمة)

(٣٣٩) العدد المنتسب هو ما تركب من جملة وحدات مختلفة التمييز منتسبة الى بعضها وهو اما غير منتسب ومنتسب

فغير المنتسب مثل ٥ قروش أو ٥ و ١٧ رطلا أو ١٧ و ١٢ يوما

والمنتسب مثل ٧ ١٣ و ٩ ٨ و ١٧ ٩ ط وهكذا

(٣٤٠) الوحدات الاصلية للمقاييس العشرية وان كانت تدخل تحت التعريف المتقدم لكنه لما كانت عمليات الكسور العشرية كافلة لاجراء جميع ما يمكن ايراده عليها من الاعمال كان هذا الباب قاصرا على ما يتعلق بأعمال الاقيسة القديمة فقط

(٣٤١) يتبدأ دائما في كتابة الاعداد المنتسبة وقراءتها بالاحاد العليا لها من جهة اليسار ثم التالية لها في الصغر على يمينها ثم الاصغر منها وهكذا مع تمييز آحادها المختلفة باسمائها وعلاماتها

(٣٤٢) ينقسم محيط الدائرة قديما الى ٣٦٠ جزأ متساوية تسمى بالدرج وعلامتها (°) وتنقسم الدرجة الى ٦٠ دقيقة وعلامتها (') وتنقسم الدقيقة الى ٦٠ ثانية وعلامتها (") وتنقسم الثانية الى ٦٠ ثالثة وعلامتها (′′) وهكذا

وينقسم حديثا الى ١٠٠ درجة والدرجة الى ١٠٠ دقيقة والدقيقة الى ١٠٠ ثانية والثانية الى ١٠٠ ثالثة وهكذا

لكتابه أي عدد مركب من درج ودقائق وثواني وهكذا فانه يوضع العدد الدال على الدرج جهة الشمال وعلى يمينه عدد الدقائق وعلى يمين الدقائق عدد الثواني وهكذا كل على حدته ويوضع فوقه الاشارة الدالة على نوعه ان كان على مقتضى التقسيم القديم أما اذا كان على مقتضى التقسيم الجديد فانه يوضع العدد الدال على الدرج محل العدد الصحيح ويوضع فوقه علامة الدرج ثم يوضع الدقائق على يمين فاصل الاعشار في الخاتين الاولى والثانية وذلك لانه يدل على أجزاء من مائة من الدرجة ثم يوضع الثواني على يمين الدقائق في الخاتين الثالثة والرابعة العشرية كما سبق وهكذا

وعلى هذا فالعدد المركب من ٢٥ درجة و ٥٧ دقيقة و ٢٢ ثانية و ٥٣ ثالثة يكتب هكذا

$$٥٣ \quad ٢٢ \quad ٥٧ \quad ٢٥^\circ \quad \text{ان كان التقسيم قديما}$$

$$٢٥,٥٧٢٢٥٣^\circ \quad \text{ان كان التقسيم حديثا}$$

الفصل الثاني

(في عمليات تحويل الاعداد المنتسبة)

(٣٤٣) المسئلة الاولى - أن يكون المطلوب تحويل عدد غير منتسب أو منتسب الى آحاده الصغرى

الاول - اذا كان المطلوب تحويل $\frac{٥٧}{٤٠}$ مثلاً الى جدد نقول

حيث ان القرش الواحد يعادل ٤٠ باره فعدد ٥٧ قرشاً يعادل ضرورة $٥٧ \times ٤٠ = ٢٢٨٠$ باره وكذا حيث ان البار الواحد يعادل ١٠ جدد فعدد ٢٢٨٠ باره يعادل ٢٢٨٠٠ جدد أعني أن $\frac{٥٧}{٤٠} = ٢٢٨٠٠$ جدد

الثاني - اذا كان المطلوب تحويل العدد المنتسب $\frac{٤٧}{٢٦}$ ثانية و ٢٦ دقيقة و ٣ ساعات الى ثواني نقول

حيث ان الساعة الواحدة تعادل ٦٠ دقيقة فعدد ٣ ساعات يعادل ضرورة $٦٠ \times ٣ = ١٨٠$ دقيقة ثم اذا ضمم الى ذلك ٢٦ دقيقة تحصل ٢٠٦ دقيقة وبذلك يكون $\frac{٢٠٦}{٣٦} = ٢٠٦$ دقيقة

وكذا حيث ان الدقيقة الواحدة تعادل ٦٠ ثانية فعدد ٢٠٦ دقيقة يعادل اذن $٢٠٦ \times ٦٠ = ١٢٣٦٠$ ثانية ثم اذا ضمم الى ذلك ٤٧ ثانية تحصل ١٢٤٠٧ ثانية وبذلك يكون $\frac{١٢٤٠٧}{٣٦٤٧} = ١٢٤٠٧$ ثانية

(٣٤٤) والقاعدة العمومية لتحويل عدد منتسب أو غير منتسب الى آحاده الصغرى أن نضرب الآحاد العليا فيما يساويه الواحد منها من الآحاد التالية لها في الصغر ونضيف الى الحاصل ما يوجد من نوعه ثم نجري على الناتج ما أجريناه على الآحاد العليا وهكذا حتى نصل الى الآحاد الصغرى المراد التحويل اليها

(٣٤٥) المسئلة الثانية - أن يكون المطلوب تحويل عدد غير منتسب أو منتسب الى عدد كسرى من نوع آحاده العليا

الأول - إذا كان المطلوب تحويل ١٢٤٠٧ ثانية إلى عدد كسري من جنس الساعات نقول حيث أن الساعة الواحدة تعادل $60 \times 60 = 3600$ ثانية فتكون الثانية الواحدة معادلة إذن $\frac{1}{3600}$ ساعة فإذا ضرب عدد الثواني المعلوم في $\frac{1}{3600}$ تحصل

$$12407 \text{ ثانية} = \frac{1}{3600} \times 12407 = \frac{12407}{3600} = 3 \text{ ر } 4463888 \text{ ساعة}$$

الثاني - إذا كان المطلوب تحويل $\bar{57} \text{ } 32 \text{ } \bar{7}$ إلى عدد كسري من نوع القروش فنحول ٣٢ باره إلى جدد فيحدث ٣٢٠ جدد ثم يضم إلى ذلك ٧ جدد فيحدث ٣٢٧ جدد ثم يحول هذا العدد إلى عدد كسري من جنس القروش بواسطة ضربيه في $\frac{1}{400}$ فيحدث $\frac{327}{400}$ واذن يكون $\bar{57} \text{ } 32 \text{ } \bar{7} = \frac{327}{400} + \frac{1}{57} = 57 \text{ ر } 8170$ قرشا

(٣٤٦) والقاعدة العمومية لتحويل عدد منتسب أو غير منتسب إلى عدد كسري من نوع آحاده العليا يقسم العدد المعلوم على ما يساويه أحد الآحاد العليا المراد التحويل إليها من الآحاد الصغرى المعلوم أن كان العدد غير منتسب أما إذا كان منتسبا فيحول أولا مادون آحاده العليا إلى الآحاد الصغرى له ثم يحول الناتج إلى عدد كسري من جنس الآحاد العليا ويضم إلى وحدات الآحاد العليا المعلوم

(٣٤٧) المسئلة الثالثة - ليكن المطلوب تحويل عدد غير منتسب إلى عدد منتسب فإذا أريد مثلا تحويل ١٢٤٠٧ ثواني إلى عدد منتسب مؤلف من ثواني ودقائق وساعات يحول أولا العدد المعلوم إلى دقائق بواسطة ضربيه في $\frac{1}{60}$ أو قسمته العدد المعلوم على ٦٠ وحيث أن خارج القسمة هو ٢٠٦ والباقي ٤٧ يحدث

$$12407 \text{ ثواني} = 206 \text{ د } 47 \text{ ث}$$

ثم يحول بعد ذلك ٢٠٦ دقيقة إلى ساعات بواسطة ضربيه في $\frac{1}{60}$ أو قسمته على ٦٠ وحيث أن خارج القسمة هو ٣ والباقي ٢٦ يحدث ٢٠٦ دقيقة = ٣ س واذن يكون

$$12407 = 3 \text{ س } 36 \text{ د } 47 \text{ ث}$$

(٣٤٨) والقاعدة العمومية لتحويل عدد غير منتسب إلى عدد منتسب أن نقسم العدد المعلوم على عدد مرات انحصار وحدته في الوحدة التي هي أرقى منها مباشرة فخرج القسمة بدل على عدد الوحدات الجديدة والباقي يكون من نوع الوحدة المعلومه ثم نجرى على خارج القسمة ما أجريناه على العدد المعلوم وهكذا حتى نصل إلى العدد المنتسب المطلوب

(٣٤٩) المسئلة الرابعة - أن يكون المطلوب تحويل عدد كسرى غير منتسب الى عدد منتسب

فاذا أريد مثلاً معرفة عدد الايام والساعات والدقائق والثواني المشتملة عليها السنة الشمسية التي هي ٣٦٥,٢٤٢,٢٦ يومًا نقول

حيث ان اليوم يشتمل على ٢٤ ساعة فكسر اليوم وهو ٢٤,٢٤٢,٢٦. مشتمل على ساعات قدرها $٢٤ \times ٢٤,٢٢٦ = ٥٨١,٤٢٤$ ساعة

وكذلك من حيث ان الساعة الواحدة تعادل ٦٠ دقيقة فكسر الساعة وهو ٨١,٤٢٤. يعادل ضرورة $٦٠ \times ٨١,٤٢٤ = ٤٨٨٥,٤٤$ دقيقة

وكذلك من حيث ان الدقيقة الواحدة تعادل ٦٠ ثانية فكسر الدقيقة وهو ٨٥٤,٤. يعادل ضرورة $٦٠ \times ٨٥٤,٤ = ٥١,٢٦٤$ ثانية

وبناء على ما ذكر تكون السنة الشمسية مشتملة على ٥١,٢٦٤ ٤٨ ٥٠ ٣٦٥ ٥ يوم

(٣٥٠) تنبيه - اذا كان الكسر المصاحب للعدد الصحيح اعتيادياً فإنه اما يحول الى كسر اعشارى يكافئه ويجرى العمل كما سبق واما أن نجري عليه أعمالاً مشابهة للأعمال التي أجريت كما بينه

مثال ذلك اذا أريد تحويل العدد الكسرى $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ ساعة الى عدد منتسب نقول حيث ان الساعة تعادل ٦٠ دقيقة فكسر الساعة وهو $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ يعادل ضرورة

$$٦٠ \times \frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠} = \frac{١٦٠٧}{٦٠} = \frac{٤٧}{٢٦} \text{ دقيقة}$$

وبذلك يكون $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ ساعات $= \frac{٤٧}{٢٦}$ س

وكذلك من حيث ان الدقيقة الواحدة تعادل ٦٠ ثانية فكسر الدقيقة وهو $\frac{٤٧}{٢٦}$ يعادل ضرورة $٦٠ \times \frac{٤٧}{٢٦} = ٤٧$ ثانية

واذن يكون $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ ساعة $= ٤٧$ ٢٦ س

(٣٥١) والقاعدة العمومية لتحويل عدد كسرى غير منتسب الى عدد منتسب أن يحول

الكسر المصاحب للعدد الصحيح اعشارياً كان أو اعتيادياً الى الآحاد التالية في الصغر للآحاد المعلومة ثم يستخرج من الناتج الوحدات الصحيحة ان وجدت الدالة على وحدات الآحاد الصغرى المراد التحويل اليها وهكذا يستمر العمل في التحويل من وحدة الى وحدة أدنى منها حتى تتوصل الى العدد المنتسب المطلوب

الفصل الثالث

(في عمليات الاعداد المنتسبة)

(في الجمع)

(٣٥٢) لجمع الاعداد غير المنتسبة نجري عليها العمل كما لو كانت مجردة وأما المنتسبة فنكتبها بحيث تكون الآحاد المتحدة النوع بعضها تحت بعض ونرسم تحتها خطاً أفقياً ثم نجمع كل نوع منها على حدة بالابتداء من الآحاد الصغرى ونضع مجموعها تحتها بتمامه إذا لم يتحصل منه واحد أو جله آحاد من النوع الذي أرقى منه مباشرة وإن تحصل شيء من ذلك ضم إلى النوع الثاني وهكذا حتى نتم العملية كما في هذين المثالين

درهم وقبه ط	ج	د	هـ
٢٨ ٧ ٦	١٥	٢٥	٩
٢٣ ٥ ٩	٥٧	٣٤	٦
٤٥ ١١ ١٠	٣٢	٢٦	٤
٩٨ ١ ١	١٠٦	٦٩	

(في الطرح)

(٣٥٣) لطرح عدد منتسب من مثله نكتب المطروح تحت المطروح منه بحيث تكون الآحاد المتحدة النوع تحت بعضها ونرسم تحتها خطاً أفقياً ثم نطرح الآحاد السفلى لكل نوع مما فوقها ونضع باقي كل نوع تحتها وإذا تعذر الطرح نستعير آحاد النوع المطروح منه واحداً من النوع التالي له في الكبر محولاً إلى آحاد النوع المستعار له وبذلك ينقص المستعار منه واحداً وتوضيح ذلك نذكر المثالين الآتيين

المثال الثاني	المثال الأول
درهم اقبه قنطار	جنبه مصري
٣٥ ٢٣ ١٦٧	٢٧ ٨٦ ٧
١٩ ٣٢ ٢٥٩	١٩ ٩٥ ٦
١٥ ٢٦ ٣٠٨	٧ ٩١ ١

(في الضرب)

(٣٥٤) لضرب عدد منتسب في عدد صحيح نضرب عدد المضروب فيه في كل جزء من أجزائه

المضروب بالابتداء من أصغر الآحاد ونستخرج من كل حاصل جزئى ما يوجد فيه من الآحاد التالية لها النضمام الى مثلها مثال ذلك

إذا أريد ضرب العدد المنتسب ٣١ $س$ ٢٠ $يوم$ في ٢٥ نضع العملية هكذا

$$\begin{array}{r} \text{د} \quad \text{س} \quad \text{يوم} \\ ٣١ \quad ٢٠ \quad ١٢ \\ ٢٥ \\ \hline ٣٢١ \quad ٨٠ \quad ٥٥ \end{array}$$

ثم نضرب ٢٥ في ٣١ دقيقة فحاصل الضرب وهو ٧٧٥ دقيقة يشتمل على ١٢ ساعة و ٥٥ دقيقة فنضع ٥٥ في حاصل الضرب تحت عمود الدقائق ونحفظ ١٢ ساعة ثم نضرب ٢٥ في ٢٠ ساعة ونضم الى حاصل الضرب ١٢ المحفوظة فيحصل ٥١٢ ساعة وهو يشتمل على ٢١ يوما و ٨ ساعات فنضع ٨ في حاصل الضرب تحت عمود الساعات ونحفظ ٢١ يوما لنضمها على حاصل ضرب ١٢ في ٢٥ فيحصل ٣٢١ وبذلك يكون حاصل الضرب السكلى هو ٣٢١ $س$ ٨ $يوم$

(٣٥٥) أما إذا أريد ضرب عدد منتسب في مثله فأنحول كالأول من المضروب والمضروب فيه الى عدد كسرى من نوع الآحاد العليا ثم نجري عملية الضرب على الناتجين ونحول الحاصل بعد ذلك الى عدد منتسب من نوع الوحدات المطلوبة التى تكون دائماً من جنس المضروب

مثال ذلك - إذا قيل ان ثمن المثقال يعادل $\frac{١٠}{٢٧}$ فما يعادله ثمن $\frac{١}{٢}$ قيراط مثقال نقول نحول المضروب الى عدد كسرى من نوع الآحاد العليا فيحدث $\frac{١٠٩٠٤}{٤}$ قرشا ونحول المضروب فيه كذلك فيحدث $\frac{٧٧}{٩٦}$ مثقالا

وباجراء الضرب يحدث $\frac{٧٧ \times ١٠٩٠٤}{٩٦ \times ٤٠٠} = \frac{٨٤٧٢٤٠٨}{٣٨٤٠٠} = \frac{٢٤٤٠٨}{٣٨٤٠٠} = ٢٢٠$ قرشا ثم بتحويل الكسر $\frac{٢٤٤٠٨}{٣٨٤٠٠}$ قرشا الى بارات يحدث $\frac{٢٤٤٠٨}{٣٨٤٠٠}$ قرشا $= \frac{٢٤٤٠٨}{٩٦٠}$ باره $= \frac{٤٠٨}{٩٦٠}$ ٢٥ باره وبتحويل الكسر $\frac{٤٠٨}{٩٦٠}$ باره الى جدد يحدث $\frac{٤٠٨}{٩٦٠}$ باره $= \frac{٤٠٨}{٩٦}$ جدد $= \frac{٢٤}{٩٦} = \frac{١}{٤}$ جدد واذن يكون حاصل الضرب هو $\frac{١}{٤}$ $\frac{٢٥}{٢٢٠}$

(فى القسمة)

(٣٥٦) لقسمة عدد منتسب على عدد صحيح نقسم على التوالى كل نوع من وحدات المقسوم على المقسوم عليه بالابتداء من نوع الآحاد العليا ثم نحول كل باقى يحدث الى نوع الوحدات التى تليها فى الصغر وهكذا حتى تتم العملية

ثم بتدئ بقسمة ٩٧ على ٢٣ فخرج القسمة هو ٤
والباقي هو ٥ فنحوه الى دقائق بواسطة ضربيه
في ٦٠ فيحدث ٣٠٠ ثم نضيف الى هذا الناتج ٢١
الموجودة في المقسوم فيتحصل ٣٢١ ثم نقسم هذا
الناتج على المقسوم عليه فيتحصل في خارج القسمة
١٣ والباقي ٢٢ يحول الى ثواني وهكذا

(٣٥٧) تنبيه ١ - يمكن اجراء هذه العملية بطريقة
أخرى وهي ان يحول المقسوم الى عدد كسرى من جنس
آحاده العليا ثم يقسم على المقسوم عليه ويحول الكسر
الناتج الى عدد منتسب غير أن هذه الطريقة أطول من
الاولى

(٣٥٨) تنبيه ٢ - تستعمل عملية القسمة
المذكورة بتمرة ٣٥٦ غالباً في تحويل عدد كسرى غير
الى عدد منتسب

(٣٥٩) لقسمة عدد منتسب على آخر فنحول كلا من
المقسوم والمقسوم عليه الى عدد كسرى من نوع آحاده
العليا ثم يقسم كسر المقسوم على كسر المقسوم عليه
ويحول خارج القسمة الى عدد منتسب كما سبق

مثاله اذا كان ثمن ١ ٢ ٨ قمحه قيراط مثقال هو $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$ فيا يكون ثمن المذقال الواحد نقول
بتحويل المقسوم الى عدد كسري يحدث $\frac{353.17}{1600}$ قرشا وبتحويل المقسوم عليه الى عدد
كسري يحدث $\frac{77}{96}$ مثقالا وباجراء القسمة يحدث

$$\frac{1}{37} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{370} \text{ قرشا } \frac{23889732}{1243200} = \frac{97 \times 103 \cdot 14}{111 \times 1700}$$

الفصل الرابع

(تطبيقات)

(١) اذا قطعت آلة بخارية متحركة بانتظام مسافة ١٢٨٤ مترا في دقيقة ونصف فامقدار المسافة التي تقطعها الآلة المذكورة بالسرعة عينها مدة ساعة و ٣٥ دقيقة و ١٥ ثانية مقدرة بالكيلومترات

الحل هذه المسئلة نقول حيث ان الآلة تقطع ١٢٨٤ مترا أو ١,٢٨٤ كيلومتر في دقيقة ونصف أو في $\frac{٣}{٢}$ دقيقة فتقطع اذن في الدقيقة الواحدة $\frac{٢}{٣} \times ١,٢٨٤ = \frac{٢٥٦٨}{٣} = ٨٥٦$ كيلومتر وبناء عليه فتقطع في الساعة الواحدة $٦٠ \times ٨٥٦ = ٥١,٣٦$ كيلومتر اذا تقرر هذا نقول ان منطوق المسئلة قد تحول الى المنطوق الآتي وهو

اذا قطعت آلة بخارية متحركة بانتظام مسافة ٥١,٣٦ كيلومتر في الساعة الواحدة فماعدد الكيلومترات التي تقطعها الآلة المذكورة مدة $\frac{١٥}{١٠} \frac{٣٥}{١٠} \frac{٣}{١٠}$

والوصول الى الناتج المطلوب يحول المضروب فيه وهو $\frac{١٥}{١٠} \frac{٣٥}{١٠} \frac{٣}{١٠}$ الى عدد كسرى فيحدث $\frac{٥٧١٥}{٣٦٠٠}$ ساعة وباجراء الضرب يحدث $٥١,٣٦ \times \frac{٥٧١٥}{٣٦٠٠} = ٨١,٥٣٤$ كيلومتر

(٢) حوض على هيئة متوازي المستطيلات طوله متران وعرضه متر ونصف ومملوء ربعه بماء قد سلطت عليه حنفية مدة ١٣ دقيقة و ١٥ ثانية وكانت ما تنصبه في الدقيقة الواحدة ستة لترات وبذلك بلغ الماء الى ثلثه والمطلوب تعيين

أولا - الزمن اللازم لهذه الحنفية لاجل أن تملأ الحوض بتمامه

ثانيا - مقدار سرعته

ثالثا - مقدار ارتفاعه

الحل هذه المسئلة نقول

أولا - حيث ان الزمن الذي تسلطت فيه الحنفية لملء الفرق بين ثلث الحوض وربعه أي لملء $\frac{١}{١٢}$ من الحوض هو $\frac{١٥}{١٠} \frac{٣٥}{١٠} \frac{٣}{١٠}$ فيجب اذن أن يكون الزمن الذي تستغرقه الحنفية المذكورة لملء الحوض بتمامه هو حاصل ضرب ١٢ في $(\frac{١٥}{١٠} \frac{٣٥}{١٠} \frac{٣}{١٠})$ أي $\frac{٣٩}{٢}$

ثانيا - حيث ان الحنفية تصب ٦ لترات في الدقيقة الواحدة وان مقدار ما صبته في الزمن $\frac{١٥}{١٠} \frac{٣٥}{١٠} \frac{٣}{١٠}$ هو ٧٩,٥ لترا ضرورة وهو يعادل $\frac{١}{١٢}$ من الحوض فتكون سعة الحوض جميعه

مساوية الى $12 \times 79,0 = 904$ ليرا ولما كانت سعة الترمساوية ديسيمتر مكعب فتكون سعة الحوض مساوية الى ٩٥٤ ديسيمتر مكعبا أو ٩٥٤ ر. متر مكعبا

ثالثا - حيث ان مساحة الحوض الحجمية تعادل ٩٥٤ ر. متر مكعبا وان مساحة قاعدته مساوية الى $2 \times 1,0 = 3$ متر مربع فيكون طول ارتفاعه (على حسب قواعد الهندسة) مساويا الى $\frac{904}{3} = 301,3$ مترا

(٣) خرج قطار من محطة ب الساعة ٣.٣٠ س بعد الظهر قاصدا محطة ح بسرعة ٣٠ كيلومتر في الساعة وبمحاول الساعة ٤.٠٠ س كذلك خرج قطار آخر من المحطة المذكورة قاصدا محطة ح أيضا بسرعة ٥٠ كيلومتر في الساعة وبعد مضي مدة وصل القطر الثاني محطة ح قبل أن يصلها القطر الاول بمدة ٥.٠٠ س والمطلوب معرفة المسافة الكائنة بين محطة ب ومحطة ح

نحل هذه المسئلة نقول حيث ان القطر الاول خرج من محطة ب الساعة ٣.٣٠ س بعد الظهر وان القطر الثاني خرج بعده منها الساعة ٤.٠٠ س بعد الظهر أيضا فيكون الثاني متأخرا عن الاول بمدة مساوية للفرق بين ٤.٠٠ س و ٣.٣٠ س أي مساويا لـ ٣٠ س وحيث أيضا ان الثاني وصل محطة ح قبل أن يصلها الاول بمدة ٥.٠٠ س فتكون مدة مسير القطر الثاني تنقص عن مدة مسير القطر الاول بمحصل جمع الزمنين ٣٠ س و ٥.٠٠ س أي بمدة ٣.٣٠ س ومن المعلوم أن هذا الفرق لم يكن مبنيا الا على اختلاف سرعتي القطرين

اذا تقرر هذا نقول حيث ان القطر الاول يقطع ٣٠ كيلومتر في الساعة فيقطع الكيلومتر الواحد في زمن قدره $\frac{7}{3}$ = $\frac{2}{1}$ وكذا حيث ان القطر الثاني يقطع ٥٠ كيلومتر في الساعة فيقطع الكيلومتر الواحد في زمن قدره $\frac{7}{5}$ = $\frac{1}{1}$ وحينئذ فالفرق الزمني في قطع القطرين كيلومتر واحد هو $\frac{2}{1} - (\frac{1}{1}) = \frac{1}{8}$ س ولما كان عدد الكيلومترات التي قطعها القطران واحدة وأن مجموع فروق الازمان المتحصلة من قطع تلك الكيلومترات هو ٣.٣٠ س (لانا لو فرضنا خروج القطرين من محطة ب في لحظة واحدة لوصل القطر الثاني محطة ح قبل أن يصلها الاول بمدة ٣.٣٠ س كما لا يخفى) فيكون ٣.٣٠ س هو عبارة عن حاصل ضرب عدد الكيلومترات المبحوث عنها في ٤٨ ثانية واذن فلالحصول على عدد الكيلومترات الكائنة بين المحطتين يقسم ٣.٣٠ ساعات على ٤٨ ثانية ويكون خارج القسمة وهو ٧٥٠ دالا على عدد الكيلومترات الكائنة بين المحطتين أي دالا على المسافة المطلوبة

تنبيه - حيث ان القطر الاول يقطع في الساعة الواحدة ٣٠ كيلومتر فيكون الزمن الذي استغرقه في السير هو $\frac{70}{3} = 23 \frac{1}{3}$ ساعة وحيث ان مدة سير القطر الثاني تنقص ١٠ ساعات عن مدة سير القطر الاول فتكون مدة سير القطر الثاني هي $20 = 30 - 10$ وخاصل ضرب $10 \times 50 = 700$ وهو ناتج محقق لما ظهر

(٤) اذا كان البعد بين نقطتين موجودتين على خط جانبي أرضي واحد مساو ٨٤٤٠٠٠ مترا والمطلوب معرفة عدد الدرج والدقائق والثواني المشتمل عليها القوس المحصور بين النقطتين المذكورتين (من المعلوم أن الخط الجانبي لاي نقطة هو محيط الدائرة العظيمة المار بها هذه النقطة وبقطبي الكرة)

لحل هذه المسئلة نقول حيث ان محيط الدائرة العظيمة يعادل ٤٠٠٠٠٠٠ مترا وهو ينقسم الى ٣٦٠ فيكون طول الدرجة مساويا الى $\frac{4000000}{360} = 11111,1111$ مترا فاذا قسمنا حينئذ ٨٤٤٠٠٠ على ١١١١١,١١١١ مترا وحولنا باقي العملية الاولى الى دقائق والباقي الذي بعده الى ثواني توصلنا الى ٦,٤٥ ٣٥ ٧ تقريبا وهو البعد بين النقطتين مقدرا بالدرج والدقائق والثواني

الفصل الخامس

(تريينات)

(١) خرج ساع من محطة بسرعة ١١ كيلومتر في الساعة وبعد مدة خرجت عربة خلفه تقطع ٢٩٧ مترا في الدقيقة وقد لحقته بعد مضي ٢٧ س من خروجها والمطلوب معرفة الزمن الكائن بين خروج العربة والساع

(٢) اذا كانت حنفية أ تملأ حوضا مدة ٤٨ س وسلطت عليه وحدها مدة ٣٦ س ثم فتحت حنفية ثانية ب وسلطت على الحوض المذكور وبعد مضي ٤٨ دقيقة قدم إلى الحوض من الحنفيتين المذكورتين معا

والمطلوب معرفة الزمن اللازم لملء الحوض المذكور مع الفروض الآتية
أولا - اذا فرض أن حنفية ب هي المفتوحة وحدها مدة التجربة
ثانيا - اذا فرض أن الحنفيتين مفتوحتان معا

ثالثا - اذا قفلت حنفية أ عند فتح حنفية ب مدة التجربة الاولى
 رابعا - اذا فرض أنه عند فتح حنفية ب في التجربة الاولى قد فتحت حنفية ثالثة ج
 لصرف مياه الحوض بحيث ان الكمية التي تصرفها من الماء تساوى كمية الماء التي تنصب من
 حنفية أ

(٣) مكينتان من ماكينات الخياطة مستقرتان في الشغل مع الانتظام تتم احدهما ٧ ملفات
 من الخيط متحدة الطول مدة ساعتين ونصف وتتم الثانية خمسة ملفات من الخيط المذكور
 مدة ٧ ½ س والمطلوب معرفة

أولا - أيتهما أسرع

ثانيا - الزمن اللازم لهما حتى تتم ملفا واحدا زيادة عن الأخرى



الباب الثالث

(في القوى والـجـذور)

(٣٦٠) قوة أى عدد هو العدد الناتج من ضرب هذا العدد في نفسه مرة أو عدة مرات
فقوى عدد ٣ مثلاً هي

$3 \times 3 = 9$ و $3 \times 3 \times 3 = 27$ و $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ وهكذا
وتتأز هذه القوى عن بعضها بعدد المضارب المتألفة منها فإن تألفت من مضروبين سميت القوة
الثانية أو المربع وإن تألفت من ثلاثة سميت القوة الثالثة أو المكعب وإن تألفت من أربعة
سميت القوة الرابعة وهكذا

(٣٦١) وجذر أى عدد بدرجة ما هو العدد الذى إذا رفع إلى قوة مساوية لدرجة الجذر تحصل
العدد المذكور فالجذر الثانى لعدد ١٦ هو أربعة لأن $4^2 = 16$ والجذر الثالث لعدد ٢٧
هو ٣ لأن $3^3 = 27$ وهكذا

(٣٦٢) للدلالة على لزوم استخراج جذر أى عدد نضع فوقه هذه العلامة $\sqrt{\quad}$ و يوضع
بين شعبتها عدد يدل على درجة الجذر وحينئذ فيدل الوضع $\sqrt[3]{25}$ على لزوم استخراج الجذر
الثانى لعدد ٢٥ ويدل الوضع $\sqrt[3]{81}$ على لزوم استخراج الجذر الثالث لعدد ٨١ وهكذا وقد
اعتيد على عدم وضع عدد ٢ بين شعبتي الجذر عندما يراد استخراج الجذر الثانى لـأى عدد فيعتبر
كل واحد من الوضعين $\sqrt[2]{25}$ و $\sqrt[2]{25}$ على لزوم استخراج الجذر الثانى لعدد ٢٥
الجذر الثانى لـأى عدد يسمى أيضاً بالجذر التربيعى له والجذر الثالث لـأى عدد يسمى بالجذر
التكعيبي له ولم نتكلم هنا إلا على المربع والجذر التربيعى والمكعب والجذر التكعيبي

الفصل الاول

(في المربع والجذر التربيعى)

المبحث الاول

(في المربع والجذر التربيعى لعدد صحيح)

(٣٦٣) حيث أن مربع أى عدد هو حاصل ضربه في نفسه تكون مربعات التسعة أعداد
الاولى هي

أعداد	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
مربعات	١	٤	٩	١٦	٢٥	٣٦	٤٩	٦٤	٨١

وبالتأمل في هذا الجدول نستنتج منه الأمرين الآتين

الاول - ان جميع الأعداد ليست كلها بمربعات لان بين العددين ٩ و ١٦ مثلا اللذين هما مربع العددين المتواليين ٣ و ٤ يوجد ستة أعداد ليست بمربعات وكذا بين العددين ١٦ و ٢٥ اللذين هما مربع العددين المتواليين ٤ و ٥ يوجد ثمانية أعداد ليست بمربعات وهكذا

ومتى لم يكن العدد مربعاً فلا يكون له ضرورة جذر حقيقي بل يكون جذره تقريبياً وهو جذر أعظم مربع منصرف فيه فعدد ٢١ مثلا الذي لم يكن من المربعات ليس له جذر حقيقي انما حيث انه محصور بين المربعين ١٦ و ٢٥ فيكون عدد ١٦ هو أعظم مربع منصرف فيه ويكون جذره ٤ هو الجذر التقريبي لعدد ٢١

أما عدد ٥ الدال على الفرق بين العدد المعلوم ٢١ وبين ١٦ وهو أعظم مربع منصرف فيه فانه يسمى بالباقي

الثاني - حيث ان مربعات الأعداد التسعة الاول تبدأ من جهة اليمين بالارقام ١ و ٤ و ٩ و ١٦ و ٢٥ و ٣٦ و ٤٩ و ٦٤ و ٨١ و ١٠٠ و ١٢١ و ١٤٤ و ١٦٩ و ١٩٦ و ٢٢٥ و ٢٥٦ و ٢٨٩ و ٣٢٤ و ٣٦١ و ٣٩٦ و ٤٢٩ و ٤٦٤ و ٤٩٩ و ٥٣٦ و ٥٧٤ و ٦١١ و ٦٤٩ و ٦٨٦ و ٧٢٤ و ٧٦١ و ٨٠٠ و ٨٣٦ و ٨٧٤ و ٩١١ و ٩٤٩ و ٩٨٦ و ١٠٢٤ و ١٠٦١ و ١١٠٠ و ١١٣٦ و ١١٧٤ و ١٢١١ و ١٢٤٩ و ١٢٨٦ و ١٣٢٤ و ١٣٦١ و ١٤٠٠ و ١٤٣٦ و ١٤٧٤ و ١٥١١ و ١٥٤٩ و ١٥٨٦ و ١٦٢٤ و ١٦٦١ و ١٧٠٠ و ١٧٣٦ و ١٧٧٤ و ١٨١١ و ١٨٤٩ و ١٨٨٦ و ١٩٢٤ و ١٩٦١ و ٢٠٠٠ و ٢٠٣٦ و ٢٠٧٤ و ٢١١١ و ٢١٤٩ و ٢١٨٦ و ٢٢٢٤ و ٢٢٦١ و ٢٣٠٠ و ٢٣٣٦ و ٢٣٧٤ و ٢٤١١ و ٢٤٤٩ و ٢٤٨٦ و ٢٥٢٤ و ٢٥٦١ و ٢٦٠٠ و ٢٦٣٦ و ٢٦٧٤ و ٢٧١١ و ٢٧٤٩ و ٢٧٨٦ و ٢٨٢٤ و ٢٨٦١ و ٢٩٠٠ و ٢٩٣٦ و ٢٩٧٤ و ٣٠١١ و ٣٠٤٩ و ٣٠٨٦ و ٣١٢٤ و ٣١٦١ و ٣٢٠٠ و ٣٢٣٦ و ٣٢٧٤ و ٣٣١١ و ٣٣٤٩ و ٣٣٨٦ و ٣٤٢٤ و ٣٤٦١ و ٣٥٠٠ و ٣٥٣٦ و ٣٥٧٤ و ٣٦١١ و ٣٦٤٩ و ٣٦٨٦ و ٣٧٢٤ و ٣٧٦١ و ٣٨٠٠ و ٣٨٣٦ و ٣٨٧٤ و ٣٩١١ و ٣٩٤٩ و ٣٩٨٦ و ٤٠٢٤ و ٤٠٦١ و ٤١٠٠ و ٤١٣٦ و ٤١٧٤ و ٤٢١١ و ٤٢٤٩ و ٤٢٨٦ و ٤٣٢٤ و ٤٣٦١ و ٤٤٠٠ و ٤٤٣٦ و ٤٤٧٤ و ٤٥١١ و ٤٥٤٩ و ٤٥٨٦ و ٤٦٢٤ و ٤٦٦١ و ٤٧٠٠ و ٤٧٣٦ و ٤٧٧٤ و ٤٨١١ و ٤٨٤٩ و ٤٨٨٦ و ٤٩٢٤ و ٤٩٦١ و ٥٠٠٠ و ٥٠٣٦ و ٥٠٧٤ و ٥١١١ و ٥١٤٩ و ٥١٨٦ و ٥٢٢٤ و ٥٢٦١ و ٥٣٠٠ و ٥٣٣٦ و ٥٣٧٤ و ٥٤١١ و ٥٤٤٩ و ٥٤٨٦ و ٥٥٢٤ و ٥٥٦١ و ٥٦٠٠ و ٥٦٣٦ و ٥٦٧٤ و ٥٧١١ و ٥٧٤٩ و ٥٧٨٦ و ٥٨٢٤ و ٥٨٦١ و ٥٩٠٠ و ٥٩٣٦ و ٥٩٧٤ و ٦٠١١ و ٦٠٤٩ و ٦٠٨٦ و ٦١٢٤ و ٦١٦١ و ٦٢٠٠ و ٦٢٣٦ و ٦٢٧٤ و ٦٣١١ و ٦٣٤٩ و ٦٣٨٦ و ٦٤٢٤ و ٦٤٦١ و ٦٥٠٠ و ٦٥٣٦ و ٦٥٧٤ و ٦٦١١ و ٦٦٤٩ و ٦٦٨٦ و ٦٧٢٤ و ٦٧٦١ و ٦٨٠٠ و ٦٨٣٦ و ٦٨٧٤ و ٦٩١١ و ٦٩٤٩ و ٦٩٨٦ و ٧٠٢٤ و ٧٠٦١ و ٧١٠٠ و ٧١٣٦ و ٧١٧٤ و ٧٢١١ و ٧٢٤٩ و ٧٢٨٦ و ٧٣٢٤ و ٧٣٦١ و ٧٤٠٠ و ٧٤٣٦ و ٧٤٧٤ و ٧٥١١ و ٧٥٤٩ و ٧٥٨٦ و ٧٦٢٤ و ٧٦٦١ و ٧٧٠٠ و ٧٧٣٦ و ٧٧٧٤ و ٧٨١١ و ٧٨٤٩ و ٧٨٨٦ و ٧٩٢٤ و ٧٩٦١ و ٨٠٠٠ و ٨٠٣٦ و ٨٠٧٤ و ٨١١١ و ٨١٤٩ و ٨١٨٦ و ٨٢٢٤ و ٨٢٦١ و ٨٣٠٠ و ٨٣٣٦ و ٨٣٧٤ و ٨٤١١ و ٨٤٤٩ و ٨٤٨٦ و ٨٥٢٤ و ٨٥٦١ و ٨٦٠٠ و ٨٦٣٦ و ٨٦٧٤ و ٨٧١١ و ٨٧٤٩ و ٨٧٨٦ و ٨٨٢٤ و ٨٨٦١ و ٨٩٠٠ و ٨٩٣٦ و ٨٩٧٤ و ٩٠١١ و ٩٠٤٩ و ٩٠٨٦ و ٩١٢٤ و ٩١٦١ و ٩٢٠٠ و ٩٢٣٦ و ٩٢٧٤ و ٩٣١١ و ٩٣٤٩ و ٩٣٨٦ و ٩٤٢٤ و ٩٤٦١ و ٩٥٠٠ و ٩٥٣٦ و ٩٥٧٤ و ٩٦١١ و ٩٦٤٩ و ٩٦٨٦ و ٩٧٢٤ و ٩٧٦١ و ٩٨٠٠ و ٩٨٣٦ و ٩٨٧٤ و ٩٩١١ و ٩٩٤٩ و ٩٩٨٦ و ١٠٠٢٤ و ١٠٠٦١ و ١٠١٠٠ و ١٠١٣٦ و ١٠١٧٤ و ١٠٢١١ و ١٠٢٤٩ و ١٠٢٨٦ و ١٠٣٢٤ و ١٠٣٦١ و ١٠٤٠٠ و ١٠٤٣٦ و ١٠٤٧٤ و ١٠٥١١ و ١٠٥٤٩ و ١٠٥٨٦ و ١٠٦٢٤ و ١٠٦٦١ و ١٠٧٠٠ و ١٠٧٣٦ و ١٠٧٧٤ و ١٠٨١١ و ١٠٨٤٩ و ١٠٨٨٦ و ١٠٩٢٤ و ١٠٩٦١ و ١١٠٠٠ و ١١٠٣٦ و ١١٠٧٤ و ١١١١١ و ١١١٤٩ و ١١١٨٦ و ١١٢٢٤ و ١١٢٦١ و ١١٣٠٠ و ١١٣٣٦ و ١١٣٧٤ و ١١٤١١ و ١١٤٤٩ و ١١٤٨٦ و ١١٥٢٤ و ١١٥٦١ و ١١٦٠٠ و ١١٦٣٦ و ١١٦٧٤ و ١١٧١١ و ١١٧٤٩ و ١١٧٨٦ و ١١٨٢٤ و ١١٨٦١ و ١١٩٠٠ و ١١٩٣٦ و ١١٩٧٤ و ١٢٠١١ و ١٢٠٤٩ و ١٢٠٨٦ و ١٢١٢٤ و ١٢١٦١ و ١٢٢٠٠ و ١٢٢٣٦ و ١٢٢٧٤ و ١٢٣١١ و ١٢٣٤٩ و ١٢٣٨٦ و ١٢٤٢٤ و ١٢٤٦١ و ١٢٥٠٠ و ١٢٥٣٦ و ١٢٥٧٤ و ١٢٦١١ و ١٢٦٤٩ و ١٢٦٨٦ و ١٢٧٢٤ و ١٢٧٦١ و ١٢٨٠٠ و ١٢٨٣٦ و ١٢٨٧٤ و ١٢٩١١ و ١٢٩٤٩ و ١٢٩٨٦ و ١٣٠٢٤ و ١٣٠٦١ و ١٣١٠٠ و ١٣١٣٦ و ١٣١٧٤ و ١٣٢١١ و ١٣٢٤٩ و ١٣٢٨٦ و ١٣٣٢٤ و ١٣٣٦١ و ١٣٤٠٠ و ١٣٤٣٦ و ١٣٤٧٤ و ١٣٥١١ و ١٣٥٤٩ و ١٣٥٨٦ و ١٣٦٢٤ و ١٣٦٦١ و ١٣٧٠٠ و ١٣٧٣٦ و ١٣٧٧٤ و ١٣٨١١ و ١٣٨٤٩ و ١٣٨٨٦ و ١٣٩٢٤ و ١٣٩٦١ و ١٤٠٠٠ و ١٤٠٣٦ و ١٤٠٧٤ و ١٤١١١ و ١٤١٤٩ و ١٤١٨٦ و ١٤٢٢٤ و ١٤٢٦١ و ١٤٣٠٠ و ١٤٣٣٦ و ١٤٣٧٤ و ١٤٤١١ و ١٤٤٤٩ و ١٤٤٨٦ و ١٤٥٢٤ و ١٤٥٦١ و ١٤٦٠٠ و ١٤٦٣٦ و ١٤٦٧٤ و ١٤٧١١ و ١٤٧٤٩ و ١٤٧٨٦ و ١٤٨٢٤ و ١٤٨٦١ و ١٤٩٠٠ و ١٤٩٣٦ و ١٤٩٧٤ و ١٥٠١١ و ١٥٠٤٩ و ١٥٠٨٦ و ١٥١٢٤ و ١٥١٦١ و ١٥٢٠٠ و ١٥٢٣٦ و ١٥٢٧٤ و ١٥٣١١ و ١٥٣٤٩ و ١٥٣٨٦ و ١٥٤٢٤ و ١٥٤٦١ و ١٥٥٠٠ و ١٥٥٣٦ و ١٥٥٧٤ و ١٥٦١١ و ١٥٦٤٩ و ١٥٦٨٦ و ١٥٧٢٤ و ١٥٧٦١ و ١٥٨٠٠ و ١٥٨٣٦ و ١٥٨٧٤ و ١٥٩١١ و ١٥٩٤٩ و ١٥٩٨٦ و ١٦٠٢٤ و ١٦٠٦١ و ١٦١٠٠ و ١٦١٣٦ و ١٦١٧٤ و ١٦٢١١ و ١٦٢٤٩ و ١٦٢٨٦ و ١٦٣٢٤ و ١٦٣٦١ و ١٦٤٠٠ و ١٦٤٣٦ و ١٦٤٧٤ و ١٦٥١١ و ١٦٥٤٩ و ١٦٥٨٦ و ١٦٦٢٤ و ١٦٦٦١ و ١٦٧٠٠ و ١٦٧٣٦ و ١٦٧٧٤ و ١٦٨١١ و ١٦٨٤٩ و ١٦٨٨٦ و ١٦٩٢٤ و ١٦٩٦١ و ١٧٠٠٠ و ١٧٠٣٦ و ١٧٠٧٤ و ١٧١١١ و ١٧١٤٩ و ١٧١٨٦ و ١٧٢٢٤ و ١٧٢٦١ و ١٧٣٠٠ و ١٧٣٣٦ و ١٧٣٧٤ و ١٧٤١١ و ١٧٤٤٩ و ١٧٤٨٦ و ١٧٥٢٤ و ١٧٥٦١ و ١٧٦٠٠ و ١٧٦٣٦ و ١٧٦٧٤ و ١٧٧١١ و ١٧٧٤٩ و ١٧٧٨٦ و ١٧٨٢٤ و ١٧٨٦١ و ١٧٩٠٠ و ١٧٩٣٦ و ١٧٩٧٤ و ١٨٠١١ و ١٨٠٤٩ و ١٨٠٨٦ و ١٨١٢٤ و ١٨١٦١ و ١٨٢٠٠ و ١٨٢٣٦ و ١٨٢٧٤ و ١٨٣١١ و ١٨٣٤٩ و ١٨٣٨٦ و ١٨٤٢٤ و ١٨٤٦١ و ١٨٥٠٠ و ١٨٥٣٦ و ١٨٥٧٤ و ١٨٦١١ و ١٨٦٤٩ و ١٨٦٨٦ و ١٨٧٢٤ و ١٨٧٦١ و ١٨٨٠٠ و ١٨٨٣٦ و ١٨٨٧٤ و ١٨٩١١ و ١٨٩٤٩ و ١٨٩٨٦ و ١٩٠٢٤ و ١٩٠٦١ و ١٩١٠٠ و ١٩١٣٦ و ١٩١٧٤ و ١٩٢١١ و ١٩٢٤٩ و ١٩٢٨٦ و ١٩٣٢٤ و ١٩٣٦١ و ١٩٤٠٠ و ١٩٤٣٦ و ١٩٤٧٤ و ١٩٥١١ و ١٩٥٤٩ و ١٩٥٨٦ و ١٩٦٢٤ و ١٩٦٦١ و ١٩٧٠٠ و ١٩٧٣٦ و ١٩٧٧٤ و ١٩٨١١ و ١٩٨٤٩ و ١٩٨٨٦ و ١٩٩٢٤ و ١٩٩٦١ و ٢٠٠٠٠ و ٢٠٠٣٦ و ٢٠٠٧٤ و ٢٠١١١ و ٢٠١٤٩ و ٢٠١٨٦ و ٢٠٢٢٤ و ٢٠٢٦١ و ٢٠٣٠٠ و ٢٠٣٣٦ و ٢٠٣٧٤ و ٢٠٤١١ و ٢٠٤٤٩ و ٢٠٤٨٦ و ٢٠٥٢٤ و ٢٠٥٦١ و ٢٠٦٠٠ و ٢٠٦٣٦ و ٢٠٦٧٤ و ٢٠٧١١ و ٢٠٧٤٩ و ٢٠٧٨٦ و ٢٠٨٢٤ و ٢٠٨٦١ و ٢٠٩٠٠ و ٢٠٩٣٦ و ٢٠٩٧٤ و ٢١٠١١ و ٢١٠٤٩ و ٢١٠٨٦ و ٢١١٢٤ و ٢١١٦١ و ٢١٢٠٠ و ٢١٢٣٦ و ٢١٢٧٤ و ٢١٣١١ و ٢١٣٤٩ و ٢١٣٨٦ و ٢١٤٢٤ و ٢١٤٦١ و ٢١٥٠٠ و ٢١٥٣٦ و ٢١٥٧٤ و ٢١٦١١ و ٢١٦٤٩ و ٢١٦٨٦ و ٢١٧٢٤ و ٢١٧٦١ و ٢١٨٠٠ و ٢١٨٣٦ و ٢١٨٧٤ و ٢١٩١١ و ٢١٩٤٩ و ٢١٩٨٦ و ٢٢٠٢٤ و ٢٢٠٦١ و ٢٢١٠٠ و ٢٢١٣٦ و ٢٢١٧٤ و ٢٢٢١١ و ٢٢٢٤٩ و ٢٢٢٨٦ و ٢٢٣٢٤ و ٢٢٣٦١ و ٢٢٤٠٠ و ٢٢٤٣٦ و ٢٢٤٧٤ و ٢٢٥١١ و ٢٢٥٤٩ و ٢٢٥٨٦ و ٢٢٦٢٤ و ٢٢٦٦١ و ٢٢٧٠٠ و ٢٢٧٣٦ و ٢٢٧٧٤ و ٢٢٨١١ و ٢٢٨٤٩ و ٢٢٨٨٦ و ٢٢٩٢٤ و ٢٢٩٦١ و ٢٣٠٠٠ و ٢٣٠٣٦ و ٢٣٠٧٤ و ٢٣١١١ و ٢٣١٤٩ و ٢٣١٨٦ و ٢٣٢٢٤ و ٢٣٢٦١ و ٢٣٣٠٠ و ٢٣٣٣٦ و ٢٣٣٧٤ و ٢٣٤١١ و ٢٣٤٤٩ و ٢٣٤٨٦ و ٢٣٥٢٤ و ٢٣٥٦١ و ٢٣٦٠٠ و ٢٣٦٣٦ و ٢٣٦٧٤ و ٢٣٧١١ و ٢٣٧٤٩ و ٢٣٧٨٦ و ٢٣٨٢٤ و ٢٣٨٦١ و ٢٣٩٠٠ و ٢٣٩٣٦ و ٢٣٩٧٤ و ٢٤٠١١ و ٢٤٠٤٩ و ٢٤٠٨٦ و ٢٤١٢٤ و ٢٤١٦١ و ٢٤٢٠٠ و ٢٤٢٣٦ و ٢٤٢٧٤ و ٢٤٣١١ و ٢٤٣٤٩ و ٢٤٣٨٦ و ٢٤٤٢٤ و ٢٤٤٦١ و ٢٤٥٠٠ و ٢٤٥٣٦ و ٢٤٥٧٤ و ٢٤٦١١ و ٢٤٦٤٩ و ٢٤٦٨٦ و ٢٤٧٢٤ و ٢٤٧٦١ و ٢٤٨٠٠ و ٢٤٨٣٦ و ٢٤٨٧٤ و ٢٤٩١١ و ٢٤٩٤٩ و ٢٤٩٨٦ و ٢٥٠٢٤ و ٢٥٠٦١ و ٢٥١٠٠ و ٢٥١٣٦ و ٢٥١٧٤ و ٢٥٢١١ و ٢٥٢٤٩ و ٢٥٢٨٦ و ٢٥٣٢٤ و ٢٥٣٦١ و ٢٥٤٠٠ و ٢٥٤٣٦ و ٢٥٤٧٤ و ٢٥٥١١ و ٢٥٥٤٩ و ٢٥٥٨٦ و ٢٥٦٢٤ و ٢٥٦٦١ و ٢٥٧٠٠ و ٢٥٧٣٦ و ٢٥٧٧٤ و ٢٥٨١١ و ٢٥٨٤٩ و ٢٥٨٨٦ و ٢٥٩٢٤ و ٢٥٩٦١ و ٢٦٠٠٠ و ٢٦٠٣٦ و ٢٦٠٧٤ و ٢٦١١١ و ٢٦١٤٩ و ٢٦١٨٦ و ٢٦٢٢٤ و ٢٦٢٦١ و ٢٦٣٠٠ و ٢٦٣٣٦ و ٢٦٣٧٤ و ٢٦٤١١ و ٢٦٤٤٩ و ٢٦٤٨٦ و ٢٦٥٢٤ و ٢٦٥٦١ و ٢٦٦٠٠ و ٢٦٦٣٦ و ٢٦٦٧٤ و ٢٦٧١١ و ٢٦٧٤٩ و ٢٦٧٨٦ و ٢٦٨٢٤ و ٢٦٨٦١ و ٢٦٩٠٠ و ٢٦٩٣٦ و ٢٦٩٧٤ و ٢٧٠١١ و ٢٧٠٤٩ و ٢٧٠٨٦ و ٢٧١٢٤ و ٢٧١٦١ و ٢٧٢٠٠ و ٢٧٢٣٦ و ٢٧٢٧٤ و ٢٧٣١١ و ٢٧٣٤٩ و ٢٧٣٨٦ و ٢٧٤٢٤ و ٢٧٤٦١ و ٢٧٥٠٠ و ٢٧٥٣٦ و ٢٧٥٧٤ و ٢٧٦١١ و ٢٧٦٤٩ و ٢٧٦٨٦ و ٢٧٧٢٤ و ٢٧٧٦١ و ٢٧٨٠٠ و ٢٧٨٣٦ و ٢٧٨٧٤ و ٢٧٩١١ و ٢٧٩٤٩ و ٢٧٩٨٦ و ٢٨٠٢٤ و ٢٨٠٦١ و ٢٨١٠٠ و ٢٨١٣٦ و ٢٨١٧٤ و ٢٨٢١١ و ٢٨٢٤٩ و ٢٨٢٨٦ و ٢٨٣٢٤ و ٢٨٣٦١ و ٢٨٤٠٠ و ٢٨٤٣٦ و ٢٨٤٧٤ و ٢٨٥١١ و ٢٨٥٤٩ و ٢٨٥٨٦ و ٢٨٦٢٤ و ٢٨٦٦١ و ٢٨٧٠٠ و ٢٨٧٣٦ و ٢٨٧٧٤ و ٢٨٨١١ و ٢٨٨٤٩ و ٢٨٨٨٦ و ٢٨٩٢٤ و ٢٨٩٦١ و ٢٩٠٠٠ و ٢٩٠٣٦ و ٢٩٠٧٤ و ٢٩١١١ و ٢٩١٤٩ و ٢٩١٨٦ و ٢٩٢٢٤ و ٢٩٢٦١ و ٢٩٣٠٠ و ٢٩٣٣٦ و ٢٩٣٧٤ و ٢٩٤١١ و ٢٩٤٤٩ و ٢٩٤٨٦ و ٢٩٥٢٤ و ٢٩٥٦١ و ٢٩٦٠٠ و ٢٩٦٣٦ و ٢٩٦٧٤ و ٢٩٧١١ و ٢٩٧٤٩ و ٢٩٧٨٦ و ٢٩٨٢٤ و ٢٩٨٦١ و ٢٩٩٠٠ و ٢٩٩٣٦ و ٢٩٩٧٤ و ٣٠٠١١ و ٣٠٠٤٩ و ٣٠٠٨٦ و ٣٠١٢٤ و ٣٠١٦١ و ٣٠٢٠٠ و ٣٠٢٣٦ و ٣٠٢٧٤ و ٣٠٣١١ و ٣٠٣٤٩ و ٣٠٣٨٦ و ٣٠٤٢٤ و ٣٠٤٦١ و ٣٠٥٠٠ و ٣٠٥٣٦ و ٣٠٥٧٤ و ٣٠٦١١ و ٣٠٦٤٩ و ٣٠٦٨٦ و ٣٠٧٢٤ و ٣٠٧٦١ و ٣٠٨٠٠ و ٣٠٨٣٦ و ٣٠٨٧٤ و ٣٠٩١١ و ٣٠٩٤٩ و ٣٠٩٨٦ و ٣١٠٢٤ و ٣١٠٦١ و ٣١١٠٠ و ٣١١٣٦ و ٣١١٧٤ و ٣١٢١١ و ٣١٢٤٩ و ٣١٢٨٦ و ٣١٣٢٤ و ٣١٣٦١ و ٣١٤٠٠ و ٣١٤٣٦ و ٣١٤٧٤ و ٣١٥١١ و ٣١٥٤٩ و ٣١٥٨٦ و ٣١٦٢٤ و ٣١٦٦١ و ٣١٧٠٠ و ٣١٧٣٦ و ٣١٧٧٤ و ٣١٨١١ و ٣١٨٤٩ و ٣١٨٨٦ و ٣١٩٢٤ و ٣١٩٦١ و ٣٢٠٠٠ و ٣٢٠٣٦ و ٣٢٠٧٤ و ٣٢١١١ و ٣٢١٤٩ و ٣٢١٨٦ و ٣٢٢٢٤ و ٣٢٢٦١ و ٣٢٣٠٠ و ٣٢٣٣٦ و ٣٢٣٧٤ و ٣٢٤١١ و ٣٢٤٤٩ و ٣٢٤٨٦ و ٣٢٥٢٤ و ٣٢٥٦١ و ٣٢٦٠٠ و ٣٢٦٣٦ و ٣٢٦٧٤ و ٣٢٧١١ و ٣٢٧٤٩ و ٣٢٧٨٦ و ٣٢٨٢٤ و ٣٢٨٦١ و ٣٢٩٠٠ و ٣٢٩٣٦ و ٣٢٩٧٤ و ٣٣٠١١ و ٣٣٠٤٩ و ٣٣٠٨٦ و ٣٣١٢٤ و ٣٣١٦١ و ٣٣٢٠٠ و ٣٣٢٣٦ و ٣٣٢٧٤ و ٣٣٣١١ و ٣٣٣٤٩ و ٣٣٣٨٦ و ٣٣٤٢٤ و ٣٣٤٦١ و ٣٣٥٠٠ و ٣٣٥٣٦ و ٣٣٥٧٤ و ٣٣٦١١ و ٣٣٦٤٩ و ٣٣٦٨٦ و ٣٣٧٢٤ و ٣٣٧٦١ و ٣٣٨٠٠ و ٣٣٨٣٦ و ٣٣٨٧٤ و ٣٣٩١١ و ٣٣٩٤٩ و ٣٣٩٨٦ و ٣٤٠٢٤ و ٣٤٠٦١ و ٣٤١٠٠ و ٣٤١٣٦ و ٣٤١٧٤ و ٣٤٢١١ و ٣٤٢٤٩ و ٣٤٢٨٦ و ٣٤٣٢٤ و ٣٤٣٦١ و ٣٤٤٠٠ و ٣٤٤٣٦ و ٣٤٤٧٤ و ٣٤٥١١ و ٣٤٥٤٩ و ٣٤٥٨٦ و ٣٤٦٢٤ و ٣٤٦٦١ و ٣٤٧٠٠ و ٣٤٧٣٦ و ٣٤٧٧٤ و ٣٤٨١١ و ٣٤٨٤٩ و ٣٤٨٨٦ و ٣٤٩٢٤ و ٣٤٩٦١ و ٣٥٠٠٠ و ٣٥٠٣٦ و ٣٥٠٧٤ و ٣٥١١١ و ٣٥١٤٩ و ٣٥١٨٦ و ٣٥٢٢٤ و ٣٥٢٦١ و ٣٥٣٠٠ و ٣٥٣٣٦ و ٣٥٣٧٤ و ٣٥٤١١ و ٣٥٤٤٩ و ٣٥٤٨٦ و ٣٥٥٢٤ و ٣٥٥٦١ و ٣٥٦٠٠ و ٣٥٦٣٦ و ٣٥٦٧٤ و ٣٥٧١١ و ٣٥٧٤٩ و ٣٥٧٨٦ و ٣٥٨٢٤ و ٣٥٨٦١ و ٣٥٩٠٠ و ٣٥٩٣٦ و ٣٥٩٧٤ و ٣٦٠١١ و ٣٦٠٤٩ و ٣٦٠٨٦ و ٣٦١٢٤ و ٣٦١٦١ و ٣٦٢٠٠ و ٣٦٢٣٦ و ٣٦٢٧٤ و ٣٦٣١١ و ٣٦٣٤٩ و ٣٦٣٨٦ و ٣٦٤٢٤ و ٣٦٤٦١ و ٣٦٥٠٠ و ٣٦٥٣٦ و ٣٦٥٧٤ و ٣٦٦١١ و ٣٦٦٤٩ و ٣٦٦٨٦ و ٣٦٧٢٤ و ٣٦٧٦١ و ٣٦٨٠٠ و ٣٦٨٣٦ و ٣٦٨٧٤ و ٣٦٩١١ و ٣٦٩٤٩ و ٣٦٩٨٦ و ٣٧٠٢٤ و ٣٧٠٦١ و ٣٧١٠٠ و ٣٧١٣٦ و ٣٧١٧٤ و ٣٧٢١١ و ٣٧٢٤٩ و ٣٧٢٨٦ و ٣٧٣٢٤ و ٣٧٣٦١ و ٣٧٤٠٠ و ٣٧٤٣٦ و ٣٧٤٧٤ و ٣٧٥١١ و ٣٧٥٤٩ و ٣٧٥٨٦ و ٣٧٦٢٤ و ٣٧٦٦١ و ٣٧٧٠٠ و ٣٧٧٣٦ و ٣٧٧٧٤ و ٣٧٨١١ و ٣٧٨٤٩ و ٣٧٨٨٦ و ٣٧٩٢٤ و ٣٧٩٦١ و ٣٨٠٠٠ و ٣٨٠٣٦ و ٣٨٠٧٤ و ٣٨١١١ و ٣

(٣٦٥) القاعدة الثانية - مربع مجموع عددين يتركب دائماً من ثلاثة أجزاء وهي

أولاً - مربع الأول

ثانياً - ضعف حاصل ضرب الأول في الثاني

ثالثاً - مربع الثاني

$$\text{أعني أن } (٥ + ٨)^2 = ٥^2 + (٥ \times ٨) \times ٢ + ٨^2$$

وللبرهنة على ذلك نقول

لرفع المجموع $٥ + ٨$ الى القوة الثانية يجب على مقتضى التعريف ضربه في نفسه أى

ضرب المضروب $٥ + ٨$ في ٥ ثم في ٨ وضم الحاصلين الى بعضهما أما ضرب المضروب

$٥ + ٨$ في ٨ فانه يتحصل منه $٨^2 + ٥ \times ٨$ وأما ضرب المضروب في ٥ فانه يتحصل منه

أيضاً $٥^2 + ٥ \times ٨$ وبضم الحاصلين الى بعضهما يحدث $٨^2 + ٥ \times ٨ + ٥ \times ٨ + ٥^2$

أو $٨^2 + (٥ \times ٨) \times ٢ + ٥^2$ وتوضع العملية هكذا

$$\begin{array}{r} ٥ + ٨ \\ ٥ + ٨ \\ \hline ٥ \times ٨ + ٨^2 \\ ٥^2 + ٨ \times ٥ + \\ \hline ٨^2 + (٥ \times ٨) \times ٢ + ٥^2 \end{array}$$

نتيجة من ضرب المضروب في ٨
نتيجة من ضرب المضروب في ٥
الحاصل الكلى

وهذا الناتج موافق لمنطوق القاعدة

ومما ذكره ينتج

أولاً - مربع أى عدداً كبير من ١٠ يتركب من ثلاثة أجزاء أو حواحل جزئية وهي مربع

العشرات وضعف العشرات في الآحاد ومربع الآحاد

وذلك لأن كل عدداً كبير من ١٠ يمكن اعتباره كأنه مؤلف من مجموع عددين أحدهما آحاده

وثانيهما عشرات تمثل عدد ٦٥ فانه يساوى ٦ عشرات + ٥ آحاد وبناء عليه يكون

$$٦٥ = (٥ + ٦٠)^2 = ٥^2 + (٥ \times ٦٠) \times ٢ + ٦٠^2$$

ثانياً - الفرق بين مربعى أى عددين متواليين يساوى ضعف أصغرهما زائداً واحداً أعني

يساوى مجموع نفس العددين

مثاله الفرق بين المربعين المتواليين

$$١٦ - ١٥ = (١٥ + ١) \text{ أو } ١٥^2 - ١٤^2 = ١٥ \times ٢ + ١ \text{ أو } ١٥ + ١٦$$

وذلك لان

$$١٦^٢ \text{ أو } (١+١٥)^٢ = ١^٢ + (١ \times ١٥) \times ٢ + ١٥^٢ = ١ + ١٥ \times ٢ + ١٥^٢ = (١)$$

$$\text{وثانياً } ١٥^٢ = ١٥^٢ \quad (٢)$$

وبطرح المتساوية الثانية من الاولى يحدث

$$(١+١٥)^٢ - ١٥^٢ = ١ + ١٥ \times ٢ = ١٦ + ١٥ \text{ وهو المراد}$$

المبحث الثاني

(في استخراج الجذر التربيعي لعدد صحيح)

(٣٦٦) الحالة الاولى - أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التربيعي أقل من ١٠٠ مثل ٥٢ نقول حيث ان هذا العدد أقل من ١٠٠ فيكون جذره التربيعي أقل من ١٠ وحيث انه غير موجود في جدول مربعات الاعداد البسيطة فيكون جذره تقريبياً وهو جذراً عظماً مربعاً منحصراً فيه وحيث انه محصور بين المربعين ٦٤ و ٤٩ فيكون جذره التربيعي هو ٧ مقرباً بأقل من واحد صحيح ويكون الباقي هو ٣ لان ٥٢ - ٤٩ = ٣

(٣٦٧) الحالة الثانية - أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التربيعي أكبر من ١٠٠ مثل ٥٨٨٤ نقول حيث ان هذا العدد أكبر من ١٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أعني مربعاً من آحاد وعشرات

ومن المعلوم أنه لو كان هذا الجذر معلوماً ورفع الى القوة الثانية وضم الى الناتج باقى العملية ان وجد لها لتحصل عدد ٥٨٨٤ وبناء عليه فيعتبر هذا العدد كانه مركب من الاجزاء الاربعة الآتية وهي

أولاً - مربع العشرات

ثانياً - ضعف حاصل ضرب العشرات في الآحاد

ثالثاً - مربع الآحاد

رابعاً - باقى العملية ان وجد

ولما كانت هذه الاجزاء الاربعة متميزة مع بعضها ومكونة للعدد المفروض ولا يتأتى حصر أيها في أى جزء منه الا مربع العشرات ناسب الابتداء بالمبحث عن رقم عشرات الجذر فنقول

حيث ان مربع العشرات لا يكون الامثات (٣٦٤ نتيجة) فلا يتأتى حصره الا في ٥٨ مئآت
العدد المفروض التي يمكن أن تحتوى زيادة على ذلك بعض مئآت أخرى ناتجة من الاجزاء الثلاثة
الباقية وحينئذ اذا فصلنا آحاد العدد المفروض وعشراته عن مئاته واستخرجنا جذراً أعظم
مربع منه صرفها فلا يكون أقل من رقم عشرات الجذر الحقيقي

وكذا لا يمكن أن يكون أكبر منه لانه لو تأتى ذلك لكان جذر ٥٨ مئآت أو ٥٨٠٠ أكبر من
جذر ٥٨٨٤ وهو محال

وبناء على ما ذكر يكون جذراً أعظم مربع منه صرفي ٥٨ مئآت العدد المفروض هو رقم عشرات
الجذر الحقيقي وتوضع العملية هكذا

٧٦	٥٨٨٤	٧
١٤٦	٤٩	
٦	٩٨٤	
٨٧٦	٨٧٦	
	١٠٨	الباقى

ثم نقول ان أعظم مربع منه صرفي ٥٨ هو ٤٩ وجذره التربيعي ٧ فيكون هو رقم عشرات
الجذر والحصول على رقم آحاد الجذر نقول

من المعلوم ان الوطرحنا من العدد المفروض ٤٩ مئآت أو ٤٩٠٠ وهو مربع العشرات
فان الباقي وهو ٩٨٤ يجب أن يكون مشتملاً على الاجزاء الثلاثة الباقية وهي
أولاً - ضعف العشرات في الآحاد

ثانياً - مربع الآحاد

ثالثاً - الباقي ان وجد

أما الجزء الاول وهو حاصل ضرب ضعف العشرات في الآحاد لا يتحصل منه الا عشرات وهي
لا يمكن حصرها الا في عشرات الباقي ٩٨٤ وهي ٩٨ عشرات التي يمكن أن تحتوى زيادة على
ذلك بعض عشرات أخرى ناتجة من مربع الآحاد ومن الباقي ان وجد

وحينئذ اذا فصلنا آحاد هذا الباقي عن عشراته وقسمناها على ضعف عشرات الجذر فلا يكون
خارج القسمة أقل من رقم آحاد الجذر المطلوب

انما الذي يمكن أن يتأتى وقوعه عند اجراء عملية القسمة هو الحصول على رقم أكبر من رقم
الآحاد ولذا يجب تجربته

وحيث ان خارج قسمة ٩٨ عشرات على ١٤ وهو ضعف عشرات الجذر هو ٧ لزم تجرته
باحدى الطريقتين الاتيتين

الاولى - أن يربع ناتج الجذر ٧٧ ثم يقارن هذا المربع بالعدد المفروض فان تسرطرحة
منه فلا يكون الرقم الجارى تجرته كبيراً ولا ينقص واحد بعد واحد حتى يتأتى الطرح
وحيث ان مربع عدد ٧٧ هو ٥٩٢٩ وهو أكبر من ٥٨٨٤ فيكون رقم ٧ كبيراً واذن
يجب تجرته رقم ٦

الثانية - وهى المعتاد اجزاؤها بان يكون الجزآن الباقيان من مربع ناتج الجذر باعتبار أن
عدد ٧ هو رقم آحاد الجذر ثم يقارن مجموعهما بالباقي ٩٨٤ فان تسرطرحة منه فلا يكون
الرقم الجارى تجرته كبيراً ولا ينقص واحد بعد واحد حتى يتأتى الطرح وحيث ان
الحواصل الثلاثة المؤلف منها مربع عدد ٧٧ هى $٧٠ + (٧ \times ٧٠) \times ٢ + ٧$
وقد سبق طرح ٧٠ أو ٤٩٠٠ من العدد المعلوم فيكون الحاصلان الباقيان من المربع هما

$$٧(٧ + ٧٠ \times ٢) = ٧ + ٧ \times ٧٠ \times ٢ = ٧ + (٧ \times ٧٠) \times ٢$$

$$١٠٢٩ = ٧ \times ١٤٧ = ٧(٧ + ١٤٠) =$$

وهو عدداً كبيراً من ٩٨٤ فيكون رقم ٧ كبيراً واذن فيجب تجرته رقم ٦

لكنه بالتأمل الى الطريقة الثانية التى اتبعت فى تجرته رقم ٧ يشاهد أنه وضع رقم ٧ وهو
رقم آحاد الجذر الجارى تجرته على عين ١٤ وهو ضعف ناتج الجذر ثم ضرب الناتج من ذلك
وهو ١٤٧ فى رقم الآحاد المذكور

وبتجرته رقم ٦ بالطريقة المذكورة نرى أن $٦ \times ١٤٦ = ٨٧٦$ أصغر من العدد ٩٨٤
فيكون رقم ٦ اذن هو رقم آحاد الجذر ويكون عدد ٧٦ هو جذراً أعظم مربع منصرف فى العدد
المفروض ٥٨٨٤ والباقي هو ١٠٨

مثال آخر - ليكن المطلوب استخراج الجذر التربيعى للعدد ٣٧٨٩٦٣ نضع العملية هكذا

٦١٥	٣٧٨٩٦٣ ٧
١٢١	٣٦
١	١٨٩
١٢١	١٢١
١٢٥٥	٦٨٦٣
٥	٦١٢٥
٦١٢٥	٧٣٨

ثم نقول حيث ان العدد المفروض أكبر من ١٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أعني مؤلفاً من
آحاد وعشرات ولما كان مربع عشراته لا ينحصر الا في ٣٧٨٩ عشرات العدد المفروض
كان جذراً أعظم مربع لها هو عشرات الجذر المطلوب

والوصول الى جذراً أعظم مربع منه صرفي ٣٧٨٩ عشرات العدد المفروض نقول ان اذا
أجرينا هنا أعمالاً مشابهة التي اجريت في المثال السابق نجد أن ٦١ هو جذراً أعظم مربع
منحصر في ٣٧٨٩ أو في ١٦ مئات العدد المفروض

وحيث ان ٦١ هو عشرات الجذر الكلي لزمنا البحث عن رقم آحاد الجذر المطلوب فنقول اذا
طرحنا من العدد الكلي مربع ٦١ عشرات أو ٦١٠ كان الباقي وهو ٦٨٦٣ مشتملاً على
حاصلين جزئيين وهما ضعف العشرات في الآحاد ومربع الآحاد وعلى الباقي ان وجد وبإعادة
البراهين التي تقدمت في المثال السابق عند تعيين رقم آحاد الجذر نجد أن عدد ٥ هو رقم آحاد
الجذر ويكون عدد ٦١٥ هو ناتج الجذر وعدد ٧٣٨ هو الباقي ومما ذكرته هذه القاعدة

(٣٦٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التربيعي لعدد صحيح يبدأ بقسمة هذا العدد
الى فصول زوجية من جهة اليمين وقد لا يحتوى الفصل الاخير من جهة الشمال الاعلى رقم واحد
ثم يستخرج الجذر التربيعي لاعداد مربع منحصر في الفصل الاخير فيكون هو رقم أعلى رتبة من
الجذر المطلوب ثم يطرح مربع هذا الرقم من الفصل الاخير وينزل على عين باقي الطرح الفصل
الثاني من جهة الشمال ويفصل آحاد العدد الناتج من ذلك عن عشراته بناسل وتقسم تلك
العشرات على ضعف الرقم الذي يحصل في الجذر فخارج القسمة المتحصل يكون اما ثاني رقم
للجذر المطلوب واما أكبر منه فلذا يجب تجزئته بواسطة وضعه على عين ضعف ناتج الجذر الذي
كان معه وما عليه وضرب العدد المبكوث من ذلك في عين هذا الرقم فان أمكن طرح حاصل
الضرب من العدد المبكوث من الباقي الاول ومن الفصل الثاني من جهة الشمال الذي صار
تنزله بجانبه كان الرقم الجاري تجزئته حقيقياً والافتعاد التجربة على الرقم الذي يتقص عنه
واحداً ونفتي تحصلنا على الرقم الثاني للجذر فانا ننزل على عين الباقي الثاني الفصل الثالث من
جهة الشمال وهكذا يستمر العمل حتى تنزل جميع فصول العدد المفروض

تنبيهات

الاول - عدد أرقام ناتج الجذر يكون مساوياً لعدد الفصول المشتمل عليها العدد
المفروض

الثاني - انه في حالة عدم امكان اجراء احدى عمليات القسمة المذكورة في القاعدة السابقة فان خارج القسمة فيها يكون ضرورة صفرا وهذا يدل على أن ناتج الجذر لم يكن مشتملا على وحدات من الرتبة المناظرة له واذن فيوضع صفر في ناتج الجذر وينزل الفصل الذي عليه الدور بجانب الباقي الاخير ويداوم في اجراء العمل كالعادة

الثالث - ان كثرة التحسيسات التي تحصل عند اجراء عملية الجذر في تجربة رقم خارج القسمة خشية الحصول على رقم أكبر من الرقم الحقيقي ربما توقع في رقم يكون أصغر من الرقم الحقيقي غير أنه يتحقق من ذلك متى وجد أن باقي العملية يزيد عن ضعف ناتج الجذر

مثال ذلك - اذا فرض أنه تحصل عدد ٣٢ في ناتج عملية جذر وكان الباقي الذي تحصل فيها مساويا بالاقبل الى $1 + 32 \times 2$ فان ذلك يدل على أن ناتج الجذر هو أقل بواحد عن الحقيقي بمعنى أنه يجب أن يكون ٣٣ لا ٣٢ وذلك لان (٣٦٥ نتيجة ٢) $33^2 = 1109$ $32^2 = 1024$

الرابع - يمكن اختصار عملية الجذر بواسطة اجراء عمليتي الضرب والطرح معا في آن واحد كما فعل مثل ذلك في عملية القسمة وحينئذ توضع العملية السابقة على هذه الصورة

٦١٥	٣٧'٨٩'٦٣'٧
١ × ١٢١	١٨'٩
٥ × ١٢٢٥	٦٨٦'٣
	٧٣٨

(٣٦٩) لعل ميزان عملية الجذر يربع ناتج الجذر ويضم الى الناتج باقي العملية ان وجد فلا بد وأن يكون المجموع مساويا للعدد المقروض

المبحث الثالث

(في المربع والجذر التربيعي لكسرا عتيادي)

(٣٧٠) القاعدة الاولى - لتربيع كسرا عتيادي يرفع كل من حديه الى القوة الثانية

$$\text{فعلى هذا يكون } \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

وذلك لان $\left(\frac{4}{5}\right)^2$ يساوي على مقتضى التعريف العام للتربيع $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{25}$ ويؤخذ مما ذكر أنه اذا أريد رفع أي كسر الى أي قوة كانت وجب رفع كل حد من حديه الى تلك القوة فاذا أريد رفع الكسر $\frac{5}{7}$ الى القوة السابعة مثلا تحصل $\left(\frac{5}{7}\right)^7 = \frac{78125}{823543}$

تنبيه - أما إذا كان الكسر المراد رفعه إلى أى قوة كانت مصحوبا بعدد صحيح فإنه يجب قبل الرفع تحويل العدد الصحيح والكسر إلى عدد كسرى ثم إجراء عملية الرفع بعد ذلك فإذا أريد رفع العدد الكسرى $\frac{3}{4}$ إلى التربيع حدث

$$\frac{23}{4} = \left(\frac{23}{4}\right)^2 = \left(5 \frac{3}{4}\right)^2$$

(٣٧١) القاعدة الثانية - كل كسر غير قابل للاختصار يكون مربعه كذلك

فالكسر $\frac{4}{5}$ الغير القابل للاختصار يكون مربعه $\frac{16}{25}$ كذلك وذلك لأنه حيث كان العددان ٤ و ٥ أوليين معافقوا هما تكون كذلك

(٣٧٢) القاعدة الثالثة - لا يمكن أن يكون العدد الصحيح مربع العدد كسرى

وذلك لأن العدد الكسرى مهما كانت صورته فإنه يمكن وضعه دائما على صورة كسرية غير قابلة للاختصار وقد علم من القاعدة السابقة أن مربع أى كسر غير قابل للاختصار لا يكون الا كسرا مثله أى غير قابل للاختصار وبذلك لا يكون عددا صحيحا

(٣٧٣) القاعدة الرابعة - إذا كان حدا كسر غير قابل للاختصار غير مربعين فإن هذا الكسر لا يمكن أن يكون مربع العدد صحيح ولا العدد كسرى

والبرهنة على ذلك نقول

أولا - حيث أن مربع العدد الصحيح هو عدد صحيح فلا يمكن أن يكون الكسر المفروض مربع العدد صحيح

ثانيا - حيث أن كل عدد كسرى غير قابل للاختصار يمكن وضعه على صورة كسرية غير قابلة للاختصار وأن مربع مثل هذا الكسر الأخير يجب أولا أن يكون غير قابل للاختصار وثانيا أن يكون حده مربعين فهو إذن مغاير للكسر المفروض وبذلك لا يكون مربع العدد كسرى

(٣٧٤) القاعدة الخامسة - الجذر التربيعى لعدد كسرى مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التربيعى للجزء الصحيح من هذا العدد الكسرى

فالجذر التربيعى للعدد الكسرى $٦,٧٢٥$ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التربيعى للعدد الصحيح ٦ وهو ٢ وذلك لأن

$$٦ = ٣٦ \text{ وهو } > ٦,٧٢٥$$

$$٧ = ٤٩ \text{ وهو } < ٦,٧٢٥$$

واذن فالجذر التربيعي للعدد ٤٦٧٢٥ محصور بين العددين ٦ و ٧ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثاني يدل عليه بالزيادة وكذلك الجذر التربيعي للعدد الكسري $\frac{٣٤٧}{١١}$ أو $\frac{٦}{١١}$ ٣١ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التربيعي للعدد الصحيح ٣١ وهو ٥ وذلك لان

$$٥^2 = ٢٥ \text{ وهو } > \frac{٦}{١١} \text{ ٣١ و}$$

$$٦^2 = ٣٦ \text{ وهو } < \frac{٦}{١١} \text{ ٣١}$$

واذن فالجذر التربيعي للعدد الكسري $\frac{٦}{١١}$ ٣٦ محصور بين العددين ٥ و ٦ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثاني بالزيادة

المبحث الرابع

(في استخراج الجذر التربيعي للكسر الاعتيادي)

(٣٧٥) لاستخراج الجذر التربيعي لكسر اعتيادي يبدأ أولا بجعل مقامه مربعا كاملا ان لم يكن كذلك ثم يؤخذ الجذر التربيعي لكل واحد من حدى الكسر الناتج ودليل ذلك واضح لانه عندما يراد تربيع أى كسر فانه يرفع كل واحد من حديه الى التربيع المثال الاول - أن يكون كل واحد من حدى الكسر المفروض مربعا تاما مثل الكسر $\frac{٢٥}{٣٦}$ فانه يحدث

$$\frac{٢٥}{٣٦} = \frac{٢٥}{٣٦} = \left(\frac{٥}{٦} \right)^2 \text{ وذلك لان } \frac{٥}{٦} = \sqrt{\frac{٢٥}{٣٦}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٣٦}}$$

المثال الثانى - أن يكون مقام الكسر وحده مربعا كاملا فقط مثل الكسر $\frac{٢٨}{٤٩}$ فلا استخراج الجذر التربيعي لهذا الكسر نقول حيث ان الجذر التربيعي لعدد ٢٨ محصور بين ٥ و ٦ فيكون الجذر التربيعي للكسر محصورا بين $\frac{٥}{٧}$ و $\frac{٦}{٧}$ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من $\frac{١}{٧}$ غير أن الاول منهما يدل عليه بالعجز والثاني بالزيادة

المثال الثالث - أن يكون مقام الكسر المطلوب استخراج جذره التربيعي غير مربع كامل مثل الكسر $\frac{١٤}{١٩}$ فنقول من المعلوم أنه يمكن جعل مقام هذا الكسر مربعا كاملا بواسطة ضرب حديه فى نفس المقام هكذا

$$\frac{٢٦}{١٩} = \frac{١٩ \times ١٤}{١٩} = \frac{١٤}{١٩}$$

وبأخذ الجذر التربيعي يحدث

$$\frac{1}{19} \approx \frac{17}{19} = \sqrt{\frac{289}{361}} = \sqrt{\frac{14}{19}}$$

وعمل ذلك يكون

$$\frac{1}{40} \approx \frac{26}{40} = \sqrt{\frac{676}{1600}} = \sqrt{\frac{169}{400}} = \sqrt{\frac{17}{40}}$$

تنبيه ١ - يتوصل أحيانا إلى جعل مقام الكسر المطلوب استخراج جذره التربيعي مربعا تاما بطريقة أخرى وهي أن يحلل مقام الكسر إلى عوامله الأولية ثم يبحث عن العوامل التي إذا ضربت في المقام تجعل جميع أسس عوامله زوجية ثم يضرب حاصل ضرب تلك العوامل في حدى الكسر المفروض ويجرى العمل كما سبق

مثال ذلك

$$\frac{5 \times 17}{5 \times 2} = \frac{17}{2} = \frac{17}{40}$$

ومنه يحدث

$$\frac{1}{10} \approx \frac{8}{10} = \sqrt{\frac{64}{100}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{16}{40}}$$

وهذه الطريقة وإن كانت أسرع عملا من السابقة لكن مقدار ناتج الجذر فيها أقل قربا من الأولى لأنه يتحصل من الطريقة الأولى أن مقدار الجذر هو $\frac{26}{40}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{40}$ وقد تحصل من هذه الحالة الأخيرة المقدار $\frac{8}{10}$ وهو قريب من الحقيقة بأقل من $\frac{1}{10}$

تنبيه ٢ - قد ذكرنا في جميع ما سبق من الأمثلة لزوم جعل مقام الكسر المراد أخذ جذره التربيعي مربعا تاما أذ بدون ذلك لا يتأتى حصر درجة التقريب فإذا أخذ الجذر التربيعي للكسر $\frac{28}{59}$ بدون أن يجعل مقامه مربعا كاملا تحصل $\sqrt{\frac{28}{59}} = \frac{5}{7}$ وهو كسر وإن كان يقرب من الجذر المطلوب لأنه لا يمكن حصر درجة قرب منه لأنه لما كان المقام ٧ قريبا من المقام الحقيقي فلا يعلم إذن مقدار الأجزاء التي انقسم إليها الواحد الصحيح

(٣٧٦) أما إذا كان الكسر المطلوب أخذ جذره مصحوبا بعدد صحيح وجب أولا تحويلهما إلى صورة كسرية ثم يطبق عليها العملية المعتادة فإذا أريد استخراج الجذر التربيعي للعدد الكسرى $\frac{59}{74}$ ٤ تحصل

$$\frac{1}{8} \approx \frac{17}{8} = \sqrt{\frac{289}{64}} = \sqrt{\frac{59}{74}}$$

المبحث الخامس (في تربيع الكسر الاعشارى)

(٣٧٧) لما كان مربع أى عدده هو العدد الناتج من ضربته فى نفسه فلا صعوبة اذن فى تربيع الكسر الاعشارى انما يجب هنا ملاحظة أمرين أولهما أن مربع الكسر الاعشارى يجب أن يحتوى على أرقام اعشارية بقدر ضعف الأرقام الاعشارية الموجودة فى العدد المفروض وثانيهما أن مربع أى عدد منته من جهة اليمين برقم معنوى لا يكون منتهياً أبداً بصفر كما ثبت ذلك (بنمرة ٣٦٣ نتيجة) وبناء عليه فكل عدداً اعشارى منته من جهة اليمين بصفر أو كان عدداً رقمه الاعشارية فردياً لا يكون مربعاً تاماً

المبحث السادس (فى استخراج الجذر التربيعى لكسر اعشارى)

(٣٧٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التربيعى لكسر اعشارى يبدأ أولاً بجعل أرقامه الاعشارية زوجية ان لم تكن كذلك بواسطة وضع صفر على يمينه ثم يقطع النظر بعد ذلك عن فاصل الاعشار ويستخرج الجذر التربيعى للعدد الموجود كأنه عدد صحيح مقرباً بأقل من واحد صحيح ويفصل من ناتج الجذر أرقام اعشارية بقدر نصف عدد الأرقام الاعشارية الموجودة فى العدد المفروض بعد وضع الصفر على يمينه لو كان حصل ذلك وبذلك يتوصل الى الجذر المطلوب مقرباً بأقل من واحد من منزلة الأخيرة منه

المثال الاول - اذا أريد استخراج الجذر التربيعى للعدد الاعشارى ٢٩,٤٥٦٨ نقول من المعلوم أن

$$\frac{294568}{100} = \frac{294568}{10000} = 29,4568$$

ويحدث

$$\sqrt{29,4568} = \sqrt{\frac{294568}{100}} = \frac{542}{100} = 5,42 \text{ مقرباً بأقل من } 0,1$$

المثال الثانى - اذا أريد استخراج الجذر التربيعى للعدد الاعشارى ٢٩,٤٥٦ نقول ان

$$\frac{294560}{10000} = 29,4560 = 29,456$$

واذن يكون

$$\sqrt{29,456} = \sqrt{\frac{294560}{10000}} = \frac{542}{100} = 5,42 \text{ مقرباً بأقل من } 0,1$$

وهذان المثالان يحققان القاعدة

المبحث السابع

(في تقريب الجذور التربيعية)

(٣٧٩) الغرض من استخراج الجذر التربيعي لعدد ما مقربا بالعجز بأقل من ١ ر. أو من ١ ر. ٠٠١ أو ٠٠٠ ر. أو ٠٠٠٠ ر. من $\frac{1}{7}$ أو من $\frac{1}{10}$ الخ هو إيجاد أعظم عدد من أجزاء العشار أو أجزاء المئين أو أجزاء الألوف أو أجزاء الأسباع أو الخ يكون مربعه منحصرا في العدد المفروض

فالجذر التربيعي لعدد ٢ مقربا بالعجز بأقل من ١ ر. ٠٠١ هو ١ ر. ٤١ وأما ١ ر. ٤٢ فهو جذر العدد المفروض مقربا بالزيادة بأقل من ١ ر. ٠٠١

وذلك لان

$$(1,41)^2 = 1,9881 \text{ وهو } < 2 \text{ و}$$

$$(1,42)^2 = 2,0164 \text{ وهو } > 2$$

وكذلك الجذر التربيعي للكسر $\frac{28}{49}$ هو $\frac{5}{7}$ مقربا بالعجز بأقل من $\frac{1}{7}$ والمقدار $\frac{7}{7}$ هو جذره مقربا بالزيادة بأقل من $\frac{1}{7}$

وذلك لان

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49} \text{ وهو } < \frac{28}{49} \text{ و}$$

$$\left(\frac{6}{7}\right)^2 = \frac{36}{49} \text{ وهو } > \frac{28}{49}$$

(٣٨٠) والقاعدة العمومية لاستخراج الجذر التربيعي لعدد ما صحيحا كان أو كسريا بحيث يكون مقربا بدرجة تقريب ما معينة مدلول عليها بكسر بسطه الوحدة هي أن يضرب العدد المعلوم في مربع مقام الكسر المراد التقريب اليه ثم يستخرج الجذر التربيعي لحاصل الضرب مقربا بأقل من واحد صحيح ويقسم الناتج على المقام المذكور

فاذا أريد مثلا استخراج الجذر التربيعي لعدد ٣٤٧ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ نقول من المعلوم أن

$$\frac{3470000}{100} = \frac{100 \times 347}{100} = 347$$

واذن يكون

$$18,62 = \frac{1862}{100} = \sqrt{\frac{3470000}{100}} = \sqrt{\frac{100 \times 347}{100}} = \sqrt{347}$$

فهذا المثال وما سنورده بعده من الامثلة محققة للقاعدة

مثال آخر - ليكن المطلوب استخراج الجذر التربيعي لعدد ٨٤١٨٧٠٢٣٥ مقربا بأقل من $\frac{1}{1000}$ نقول

حيث ان عدد ٨٤١٨٧٠٢٣٥ $= \frac{841870235}{1000}$ وان الجذر التربيعي للبسط مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التربيعي لعدد ٨٤١٨٧٠٢ (كما ذكر بتمرة ٣٧٤) وهو مساو الى ٢٩٠١ فيكون اذن

$$\sqrt{\frac{841870235}{1000}} = \frac{2901}{1000} = 2901 \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{1000}$$

مثال ثالث - ليكن المطلوب استخراج الجذر التربيعي للعدد الكسرى $\frac{3}{7}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ نقول ان $\frac{3}{7} = \frac{31}{70} = \frac{100 \times \frac{31}{7}}{100}$ وان الجذر التربيعي لعدد $\frac{31}{70}$ مقربا من واحد صحيح هو ٢١٠ فيكون

$$\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{210}{100} = \frac{100 \times \frac{31}{7}}{100} = \frac{31}{7} = \frac{3}{7} \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{100}$$

مثال رابع - وأخيرا اذا أريد استخراج الجذر التربيعي للعدد الكسرى $\frac{2}{7}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ نقول ان $\frac{2}{7} = \frac{23}{70} = \frac{100 \times \frac{23}{7}}{100}$ وحيث ان $\sqrt{\frac{23}{70}} = \frac{2907}{100}$ مقربا بأقل من واحد صحيح يكون $\frac{2907}{100} = \frac{2}{7}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$

تنبيه - حيث ان المعتاد في الاعمال هو استخراج الجذر التربيعي مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ أو من $\frac{1}{10000}$... الخ أمكن وضع القاعدة السابقة على الصورة الآتية

(٣٨١) لاستخراج الجذر التربيعي لعدد ما مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ أو من $\frac{1}{10000}$... الخ يقوم العدد المعلوم بعدد أعشاري يحتوى على أرقام أعشارية بقدر ضعف الأرقام الأعشارية المطلوب إيجادها في ناتج الجذر ثم يستخرج الجذر التربيعي لهذا العدد الأعشاري كالموجود في عدد صحيح ويفصل من بين ناتج الجذر أرقام أعشارية بقدر الأرقام المدلول عليها بدرجة التقريب

(٣٨٢) كل عدد لم يكن مربعا تاما يقال له غير جذري ويقال لجذره أصم

(٣٨٣) الجذر التربيعي الاصم هو النهاية المشتركة التي يقرب منها مقاديره التقريبية التي تكون اما بالعجز واما بالزيادة بأقل من ١ ر . ٠١ ر . ٠٠١ ر . ٠٠٠ ر . ٠٠٠ الخ فعلى هذا يعتبر $\sqrt{3}$

من جهة أنه نهاية مقاديره التقريبية ١ ر ٧٠ و ١ ر ٧٣ و ١ ر ٧٣٢ و ٠٠٠ الخ بالعجز بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ الخ ومن جهة أخرى أنه نهاية مقاديره التقريبية ١ ر ٨٠ و ١ ر ٧٤ و ١ ر ٧٣٣ و ٠٠٠٠ الخ بالزيادة بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ الخ وأن سلسلتي الاعداد السابقتين تقربان من نهاية واحدة

والبرهنة على ذلك نقول اذا تأملنا الى أعداد السلسلتين المذكورتين نرى أولاً أن أعداد السلسلة الاولى آخذة في الزيادة وأن أعداد السلسلة الثانية آخذة في النقص وثانياً أن كل عدد من أعداد السلسلة الاولى أقل من نظيره من أعداد السلسلة الثانية فيكون الفرق بين الاعداد المتناظرة من السلسلتين آخذ ضرورة في النقص وحينئذ اذا أخذنا أعداداً من أعداد السلسلتين في الزيادة الى غير نهاية أخذ الفرق بين الاعداد المتناظرة فيهما في النقص الى الصفر وبناء عليه فتكون نهاية السلسلتين واحدة وهو $\sqrt{3}$

الفصل الثاني

(في المكعب والجذر التكعيبي)

المبحث الاول

(في المكعب والجذر التكعيبي لعدد صحيح)

(٣٨٤) حيث ان مكعب أى عدد هو حاصل ضربه في نفسه مرتين أو هو حاصل ضربه في مربعه تكون مكعبات التسعة أعداد الاولى هي

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	أعداد
٧٢٩	٥١٢	٣٤٣	٢١٦	١٢٥	٦٤	٢٧	٨	١	مكعبات

وبالتأمل في هذا الجدول نستنتج منه الامرين الآتيين

الاول - ان جميع الاعداد ليست كلها بمكعبات وذلك لان بين العددين ٢٧ و ٦٤ اللذين هما مكعبا العددين المتواليين ٣ و ٤ يوجد ستة وثلاثون عدداً ليست بمكعبات

وكذا يوجد بين العددين ٦٤ و ١٢٥ اللذين هما مكعبا العددين المتوالين ٤ و ٥ ستون عددا ليست بمكعبات وهكذا

ومتى لم يكن العدد مكعبا فلا يكون له ضرورة جذر حقيقي بل يكون جذره تقريبا وهو جذر أعظم مكعب منحصر فيه فعدد ٣٦ مثلا الذي لم يكن من جهة المكعبات ليس له جذر تكعيبي حقيقي انما حيث انه محصور بين المكعبين ٢٧ و ٦٤ فيكون عدد ٢٧ هو أعظم مكعب منحصر فيه ويكون جذره التكعيبي ٣ هو الجذر التكعيبي التقريبي لعدد ٣٦

أما عدد ٩ الدال على الفرق بين العدد المعلوم ٣٦ وبين ٢٧ وهو أعظم مكعب منحصر فيه فانه يسمى بالباقي

الثاني - المكعب الثام يمكن أن يكون مبدؤا من جهة اليمين بواحد من الارقام التسعة المعنوية

(٣٨٥) القاعدة الاولى - كل عدد مبدؤ من جهة اليمين بصفرا وبعدة أصفار فان مكعبه يجب أن يكون منتهيا من جهة اليمين أيضا بأصفار يكون عددها مساويا الى ثلاثة أمثال عدد الاصفار الموجودة على عين العدد الاصل

وذلك لانه

$$\text{أولا - } 1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$$

$$\text{ثانيا - } 4000 = 4000 \times 4000 \times 4000 = 100 \times 100 \times 100$$

$$40 \times 40 \times 40 \times 1000000 = 40 \times 40 \times 40 \times$$

$$9112500000 =$$

وينتج من ذلك أن مكعب أى عشرات لا يكون الا ألوف

(٣٨٦) القاعدة الثانية - مكعب مجموع عددين يتركب دائما من أربعة أجزاء وهى

أولا - مكعب العدد الاول

ثانيا - حاصل ضرب ثلاثة أمثال مربع العدد الاول في الثانى

ثالثا - حاصل ضرب العدد الاول في مربع الثانى

رابعا - مكعب العدد الثانى

$$\text{أعنى أن } (5+8)^3 = 5^3 + 5 \times 8 \times 3 + 5 \times 8 \times 3 + 8^3$$

وللبرهنة على ذلك نقول

لرفع المجموع $٥ + ٨$ الى القوة الثالثة يجب على مقتضى التعريف ضربيه في نفسه مرتين أو ضربيه في مربعه

وحيث ان مربع المجموع $٥ + ٨$ هو بناء على ما سبق $٨ + ٥ \times ٨ \times ٢ + ٥$ فاذا ضرب هذا الحاصل في ٨ أى ضرب كل جزء من أجزائه في ٨ ثم في ٥ كذلك وجع الحاصلان على بعضهما تحصل

$$\begin{array}{r} ٨ + ٥ \times ٨ \times ٢ + ٥ \\ ٥ + ٨ \\ \hline ٨ \times ٥ + ٥ \times ٨ \times ٢ + ٨^٣ \\ ٥ + ٥ \times ٨ \times ٢ + ٥ \times ٨ \\ \hline ٨ + ٥ \times ٨ \times ٣ + ٥ \times ٨ \times ٣ + ٨^٣ \end{array}$$

حاصل ضرب المضروب في ٨
حاصل ضرب المضروب في ٥
الحاصل الكلى

وهذا الناتج يحقق للقاعدة

ومما ذكره ينتج

أولا - مكعب أى عدداً كبير من ١٠ يتركب من أربعة أجزاء أو أربعة حواصل جزئية وهى مكعب العشرات وثلاثة أمثال مربع العشرات فى الآحاد وثلاثة أمثال العشرات فى مربع الآحاد ومكعب الآحاد وذلك لان كل عدداً كبير من ١٠ يمكن اعتباره كانه مؤلف من مجموع عددين أحدهما آحاده وثانيهما عشرات مثله ٦٥ فانه يساوى ٦ عشرات + ٥ آحاد وبناء على ما تقدم يكون

$$٥ + ٥ \times ٦٠ \times ٣ + ٥ \times ٦٠ \times ٣ + ٦٠^٣ = (٥ + ٦٠)^٣ = ٦٥^٣$$

ثانياً - الفرق بين مكعبى عددين صحيحين متواليين يساوى ثلاثة أمثال مربع العدد الأصغر زائداً ثلاثة أمثال هذا العدد زائداً واحداً

والفرق بين مكعبى العددين المتواليين ١٥ و ١٦ أو $(١٥ + ١)$ هو

$$١٦^٣ - ١٥^٣ = (١٥ + ١)^٣ = ١٥^٣ + ١ \times ١٥ \times ٣ + ١ \times ١٥ \times ٣ + ١^٣$$

$$١٥^٣ = ١٥^٣$$

وبطرح المتساوية الثانية من الاولى يحدث $١٥^٣ - (١٥ + ١)^٣ = ٣ + ١٥ \times ٣$

وهو ناتج موافق للمنطوق

المبحث الثاني

(في الجذر التكعيبي لعدد صحيح)

(٣٨٧) الحالة الاولى - أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التكعيبي أقل من ١٠٠٠ مثل ٣٧٥ نقول حيث ان هذا العدد أقل من ١٠٠٠ فيكون جذره التكعيبي أقل من ١٠ وحيث انه غير موجود في جدول مكعبات الاعداد البسيطة فيكون جذره تقريبا وهو جذر أعظم مكعب منحصر فيه وحيث انه محصور بين المكعبين المتواليين ٣٤٣ و ٥١٢ فيكون جذره التكعيبي هو ٧ مقربا بأقل من واحد صحيح ويكون الباقي هو ٣٢ لان

$$٣٧٥ - ٣٤٣ = ٣٢$$

الحالة الثانية - أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التكعيبي أكبر من ١٠٠٠ مثل ٨٤٩٤٧ نقول

حيث ان هذا العدد أكبر من ١٠٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أعني مركبا من آحاد وعشرات ومن المعلوم أنه لو كان هذا الجذر معلوما ورفع الى القوة الثالثة وضم الى الناتج باقي العملية ان وجد لتحصل عدد ٨٤٩٤٧ وبناء عليه فيعتبر هذا العدد كانه مركب من الاجزاء الخمسة الآتية وهي

أولا مكعب العشرات - ثانيا ثلاثه أمثال مربع العشرات في الآحاد - ثالثا ثلاثة أمثال العشرات في مربع الآحاد - رابعا مكعب الآحاد - خامسا باقي العملية ان وجد ولما كانت هذه الاجزاء الخمسة ممتزجة مع بعضها ومكونة للعدد المقروض ولا يتأتى حصر أيها في أي جزء من أجزائه الا مكعب العشرات ناسب الابتداء بالمبحث عن رقم عشرات الجذر فنقول حيث ان مكعب العشرات لا يتأتى منه الا الوف (٣٨٥ نتيجة) فلا يتأتى حصره الا في ٨٤ الوف العدد المقروض التي يمكن أن تحتوى زيادة على ذلك بعض الوف أخرى ناتجة من الاجزاء الاربعة الأخرى وحينئذ اذا فصلنا آحاد العدد المقروض وعشراته ومئاته عن ألفه واستخرجنا جذر أعظم مكعب منحصر فيها فلا يكون أقل من رقم عشرات الجذر الحقيقي

وكذا لا يمكن أن يكون أكبر منه لانه لو تأتى ذلك لكان الجذر التكعيبي لعدد ٨٤ آلاف أو ٨٤٠٠٠ أكبر من الجذر التكعيبي لعدد ٨٤٩٤٧ وهو محال

وبناء على ما ذكر يكون جذر أعظم مكعب منحصر في ٨٤ آلاف هو رقم عشرات الجذر الحقيقي وتوضع العملية هكذا

$\begin{array}{r} ٤٣ \text{ ناتج الجذر} \\ \hline ٤٨ = ٤ \times ٣ \\ ٤٨٠٠ = ٤٠ \times ٣ \\ ٣٦٠ = ٣ \times ٤٠ \times ٣ \\ ٩ = ٣ \times ٣ \\ \hline ٥١٦٩ \\ ٣ \times \\ \hline ١٥٥٠٧ \end{array}$	$\begin{array}{r} ٨٤٩٤٧ \sqrt[٣]{} \\ ٦٤ \\ \hline ٢٠٩٤٧ \\ ١٥٥٠٧ \\ \hline ٥٤٤٠ \text{ الباقي} \end{array}$
---	--

ثم نقول ان أعظم مكعب منحصرفى ٨٤ هو ٦٤ وجذره التكعيبي هو ٤ فيكون هو رقم عشرات الجذر

وللحصول على رقم آحاد الجذر نقول من المعلوم انالوطر حنا من العدد المفروض ٦٤ ألوف أو ٦٤٠٠٠ وهو مكعب العشرات فان الباقي وهو ٢٠٩٤٧ يجب أن يكون مشتملا على الأجزاء الأربعة الآتية وهى

أولا ثلاثة أمثال مربع العشرات فى الآحاد - ثانيا ثلاثة أمثال العشرات فى مربع الآحاد - ثالثا مكعب الآحاد - رابعا الباقي ان وجد

أما الجزء الاول وهو ثلاثة أمثال مربع العشرات فى الآحاد فلا يتحصل منه الامئات وهو لا يمكن حصره الا فى ٢٠٩ مئات الباقي التى يمكن أن تحتوى زيادة على ذلك بعض مئات أخرى ناتجة من الأجزاء الثلاثة الباقية وحينئذ اذا فصلنا آحاد الباقي وعشراته عن مئاته وقسمناها على ثلاثة أمثال مربع عشرات الجذر فلا يكون خارج القسمة أقل من رقم آحاد الجذر المطلوب انما الذى يمكن أن يتأتى وقوعه عند اجراء عملية القسمة هو الحصول على رقم أكبر من رقم الآحاد ولذا يجب تجرته

وحيث ان خارج قسمة ٢٠٩ مئات على ٣ × ٤ = ٤٨ (ثلاثة أمثال مربع عشرات الجذر) هو ٤ فيجب تجرته باحدى الطريقتين الآتيتين

الاولى - ان يكعب ناتج الجذر ٤٤ ويقارن بالعدد المفروض فاذا تبسّر طرحه منه فلا يكون الرقم الجارى تجرته كبيرا والا ينقص واحدا بعد واحد حتى يتأتى الطرح وحيث ان $٤٤^٣ = ٨٥١٨٤$ وهو عدداً أكبر من ٨٤٩٤٧ دل ذلك على أن رقم ٤ كبير ولذا يجب تجرته رقم ٣

الثانية - وهي المعتاد اجزاؤها في الاعمال أن تكون الحواصل الاربعة لمكعب ناتج الجذر باعتبار أن عدد ٤ هو رقم آحاده ثم يطرح منها مكعب العشرات الذي سبق طرحه من العدد المفروض ثم يقارن مجموع الحواصل الثلاثة الباقية بالباقي فإذا تيسر طرحه منه فلا يكون الرقم الجارى تجربته كبيرا والا ينقص واحدا بعد واحد حتى يتأني الطرح

أما الحواصل الاربعة لمكعب عدد ٤٤ فهي

$${}^3_4 + {}^2_4 \times 40 \times 3 + 4 \times {}^2_4 \times 3 + {}^3_4$$

وبطرح مكعب العشرات من هذه الحواصل يكون مجموع الحواصل الثلاثة الباقية هو

$$({}^2_4 + 4 \times 40 \times 3 + {}^2_4 \times 3) \times 4 \text{ أو } {}^3_4 + {}^2_4 \times 40 \times 3 + 4 \times {}^2_4 \times 3$$

$$= (16 + 480 + 480) \times 4 = 5296 \times 4 = 21184 \text{ وهو عددا كبيرا}$$

الباقي ٢٠٩٤٧ فيدل ذلك على أن رقم ٤ الجارى تجربته كبير فلذا يجب تجربة رقم ٣

يشاهد من الطريقة الثانية التي اتبعت في تجربة رقم ٤ أنه قد تكون لسهولة العمل كل واحد

من الحواصل الثلاثة بعد قسمته على رقم الآحاد ثم ضرب مجموعها في رقم الآحاد

وبتجربة رقم ٣ بالطريقة المذكورة نرى أن $({}^3_3 + 3 \times 40 \times 3 + {}^2_3 \times 3) \times 3$

$$= 10007 \text{ وهو عدد يمكن طرحه من الباقي } 20947 \text{ فيكون اذن رقم } 3 \text{ هو آحاد الجذر}$$

ويكون عدد ٤٣ هو جذر أعظم مكعب منحصري العدد المفروض والباقي هو ٥٤٤٠

مثال آخر - ليكن المطلوب استخراج الجذر التكعيبي للعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤٩١٢ فوضع

العملية هكذا

		٨٤٤١		٥٩٧١٦٠٧١٤٩١٢	
		١٩٥ = ٨ × ٣		١٥١٥	
٢١٢٨٩٥ = ٨٤٤ × ٣		٢١١٦٨ = ٨٤ × ٣		٨٥١٦٠	
٢١٢٨٩٥٠٠ = ٨٤٤٠ × ٣		٢١١٦٨٠٠ = ٨٤٠ × ٣		٨٠٧٠٤	
٢٥٢٦٠ = ٨٤٤٠ × ٣		٥٠٤٠ = ٢ × ٨٤٠ × ٣		٤٤٥٦٧١٤	
١ = ١		٤ = ٢		٤٢٤٣٦٨٨	
٢١٢٧١٤٤٦١		٢١٢١٨٤٤		٢١٣٠٢٦٩١٢	
١ ×		٢ ×		٢١٢٧١٤٤٦١	
٢١٢٧١٤٤٦١		٤٢٤٣٦٨٨		٣١٢٤٥١	

ثم نقول ان مكعب عشرات الجذر لا ينحصر الا في ألوف العدد المفروض ٥٩٧١٦٠٧١٤٩١٢
فاذا فصلنا آحاد وعشرات ومئات هذا العدد عن ألوفه بفواصل واستخرجنا جذراً عظيماً مكعب
منحصر في ٥٩٧١٦٠٧١٤ ألوف فانا توصل الى عشرات الجذر المطاوعة

ليكنه لما كان العدد ٥٩٧١٦٠٧١٤ أكبر من ١٠٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أى
مركب من آحاد وعشرات وان مكعب هذه العشرات الجديدة لا ينحصر الا في ألوف العدد
٥٩٧١٦٠٧١٤ فاذا فصلنا آحاد وعشرات ومئات هذا العدد عن ألوفه لزمنا أن نستخرج
جذراً عظيماً مكعباً منحصر في ٥٩٧١٦٠ وهى عملية يتأتى اجراؤها كما في المثال السابق

وحيث ان الجذر التكعيبي لعدد ٥٩٧١٦٠ هو ٨٤ فيكون هو عشرات الجذر التكعيبي
لعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤ وان الباقي وهو ٤٤٥٦٧١٤ لا يشتمل الا على ثلاث حواصل جزئية
وعلى الباقي ان وجد

ثم اذا بحثنا بالطريقة المتقدمة على رقم آحاد هذا الجذر نجد أنه ٣ وحينئذ يكون الجذر التكعيبي
لعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤ هو ٨٤٢

غير أنه يمكن اعتبار عدد ٨٤٢ دالاً على عشرات الجذر التكعيبي للعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤٩١٢
واذن فلم يبق علينا الا البحث عن رقم الآحاد بالطريقة المذكورة وحيث ان هذا الرقم هو ١
فيكون الجذر التكعيبي للعدد المفروض هو ٨٤٢١ والباقي هو ٣١٢٤٥١

ومما تقدم جميعه يمكن أن نستنتج القاعدة العمومية الآتية .

(٣٨٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التكعيبي لعدد صحيح يقسم الى فصول يحتوى كل
منها على ثلاثة أرقام بالابتداء من اليمين أما الفصل الاخير من جهة الشمال فقد لا يحتوى الا على
رقم أو رقين فقط ثم يستخرج الجذر التكعيبي لهذا الفصل الاخير فيحصل على أعلى رقم من ناتج
الجذر ثم يكعب هذا الرقم وي طرح مكعبه من الفصل الاخير من جهة الشمال وينزل على يمين
الباقي الفصل التالى للفصل الاخير من جهة الشمال ويفصل الرقمان الاولان من جهة اليمين
من العدد المتكون من ذلك وتقسيم مئاته على ثلاثة أمثال مربع رقم الجذر الذى تحصل فيه
خارج القسمة اما على الرقم الثانى للجذر أو على رقم أعلى منه ولذا يجب تجربة هذا الرقم بواسطة
تكوين الاجزاء الثلاثة الباقية من المكعب فان كان مجموعها يمكن طرحه من العدد الموافى من
الباقي الاول والفصل الثانى من جهة الشمال من العدد المفروض دل ذلك على أن الرقم الجارى
تجربته ليس كبيراً وان لم يتأتى الطرح لزم تنقيصه واحد بعد واحد حتى يتأتى الطرح

ومتى تحصلنا على الرقم الثاني للجذر فانا ننزل على عین الباقي الثاني الفصل الثالث من جهة الشمال ثم يفصل من عین العدد المتكون بهذه المئاة الرقان الاولان ويقسم الجزء الباقي منه على ثلاثة أمثال مربع العدد المتحصل في الجذر فيدل خارج القسمة بعد تحقيقه على الرقم الثالث للجذر وهكذا يستمر العمل حتى ينتهى انزال واستعمال باقى فصول العدد المفروض

تنبیهات

الاول - من المعلوم أن ناتج الجذر يشتمل على أرقام يساوى عددها عدد الفصول الثلاثة التي انقسم اليها العدد المفروض

الثاني - في حالة ما يتحصل من احدى عمليات القسمة خارج مساو للصفر فان ذلك يدل على أن الجذر لا يشتمل على وحدات من الرتبة المناظرة له ولذا يوضع صفر في ناتج الجذر وينزل فصل جديد على عین الباقي الاخير ثم يستمر في العمل كالجاري

الثالث - ان كثرة التحسينات التي تحصل عند اجراء عملية الجذر في تجربة رقم خارج القسمة خشية الحصول على رقم أكبر من الرقم الحقيقي ربما توقع في رقم يكون أصغر من الرقم الحقيقي غير أنه يتحقق من ذلك متى وجد أن باقى عملية القسمة يزيد عن ثلاثة أمثال مربع ناتج الجذر المتحصل زائد ثلاثة أمثاله

فاذا تحصل مثلاً في عملية جذر تكعبي ناتج جذر مساو ٣٢ وكان الباقي مساوياً بالاقبل الى $3 \times 32^2 + 3 \times 32 + 1$ دل ذلك على أن رقم آحاد الجذر صغير عن الحقيقة بواحد وذلك لانه تقدم (بنمرة ٣٨٦ نتيجة ٢) أن

$$33^3 = 32^3 + 3 \times 32^2 + 3 \times 32 + 1$$

الرابع - يمكن اختصار عملية الجذر التكعبي بواسطة اجراء عمليتي الضرب والطرح معا في آن واحد كما أجرى ذلك في عملية القسمة

(٣٨٩) لعل ميزان الجذر التكعبي يكعب ناتج الجذر ويضم اليه الباقي ان وجد فان حاصل جمعهم لا بد وأن يكون مساوياً للعدد المفروض

المبحث الثالث

(في المكعب والجذر التكعبي لكسرا اعتيادي)

(٣٩٠) القاعدة الاولى - لتكعيب كسر اعتيادي يرفع كل من حديه الى القوة الثالثة

$$\text{فعلى هذا يكون } \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$$

وذلك لان $(\frac{4}{5})^3$ يساوى على مقتضى التعريف العام للتكعيب $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$
 $\frac{64}{125} = \frac{4^3}{5^3} =$

تنبيه - أما اذا كان الكسر المراد تكعيبه مصحوبا بعدد صحيح لزم أولا تحويل العدد الصحيح
 والكسر الى عدد كسرى ثم أجرى عملية الرفع بعد ذلك
 فاذا أريد رفع العدد الكسرى $\frac{3}{4}$ الى القوة الثالثة حدث

$$\frac{3^3}{4^3} = 3(\frac{3}{4}) = 3(\frac{3}{4})$$

(٣٩١) القاعدة الثانية - كل كسر غير قابل للاختصار يكون مكعبه كذلك

فالكسر $\frac{4}{5}$ الغير القابل للاختصار يكون مكعبه $\frac{64}{125}$ كذلك وذلك لانه حيث كان العددان
 ٤ و ٥ أوليين معافقوا هما تكون كذلك

(٣٩٢) القاعدة الثالثة - لا يمكن أن يكون العدد الصحيح مكعبا لعدد كسرى

وذلك لان العدد الكسرى مهما كانت صورته فانه يمكن وضعه دائما على صورة كسرية غير
 قابلة للاختصار وقد علم من القاعدة السابقة أن مكعب أى كسر غير قابل للاختصار لا يكون
 الا كسرا مثله أى غير قابل للاختصار فلا يكون اذن عددا صحيحا

(٣٩٣) القاعدة الرابعة - اذا كان حدا كسر غير قابل للاختصار غير مكعبين فلا يمكن
 أن يكون هذا الكسر مكعبا لعدد صحيح ولا لعدد كسرى وللهرنة على ذلك نقول
 أولا - حيث ان مكعب العدد الصحيح هو عدد صحيح فلا يمكن أن يكون الكسر المفروض
 مكعبا لعدد صحيح

ثانيا - حيث ان كل عدد كسرى غير قابل للاختصار يمكن وضعه على صورة كسرية غير قابلة
 للاختصار وان مكعب مثل هذا الكسر الاخير يجب أولا أن يكون غير قابل للاختصار وثانيا
 أن يكون حدا مكعبين فهو اذن مغاير للكسر المفروض وبذلك لا يكون مكعبا لعدد كسرى

(٣٩٤) القاعدة الخامسة - الجذر التكعيبي لعدد كسرى مقربا بأقل من واحد صحيح هو
 عين الجذر التكعيبي للجزء الصحيح من هذا العدد الكسرى

فالجذر التكعيبي للعدد الكسرى ٦٧٢٥ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبي
 للعدد الصحيح ٦ وهو ٣ وذلك لان

$$٣ = ٢٧ \text{ وهو } > ٦٧٢٥ \text{ و } ٤ = ٦٤ \text{ وهو } < ٦٧٢٥$$

واذن فالجذر التكعيبي للعدد ٦٧٢٥ ٤ محصور بين العددين ٣ و ٤ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثاني بالزيادة

وكذلك الجذر التكعيبي للعدد الكسرى $\frac{347}{11}$ أو $\frac{2}{11}$ ٣١ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبي للعدد الصحيح ٣١ وهو ٣ وذلك لأن

$$3^3 = 27 \text{ وهو } < 31 \frac{7}{11} \text{ و}$$

$$4^3 = 64 \text{ وهو } > 31 \frac{7}{11}$$

واذن فالجذر التكعيبي للعدد الكسرى $31 \frac{7}{11}$ محصور بين العددين ٣ و ٤ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثاني بالزيادة

المبحث الرابع

(في استخراج الجذر التكعيبي لكسرا اعتيادي)

(٣٩٥) لاستخراج الجذر التكعيبي لكسرا اعتيادي يبدأ أولا بجعل مقامه مكعبا كاملا ان لم يكن كذلك ثم يؤخذ الجذر التكعيبي لكل واحد من حدى الكسر الناتج ودليل ذلك واضح لانه عند ما يراد تكعيب أى كسر فانه يرفع كل واحد من حديه الى القوة الثالثة

المثال الاول - أن يكون كل واحد من حدى الكسر المفروض مكعبا كاملا مثل الكسر $\frac{120}{216}$ فانه يحدث

$$\frac{120}{216} = \sqrt[3]{\left(\frac{5}{6}\right)} \text{ وذلك لأن } \frac{5}{6} = \frac{120^3}{216^3} = \frac{120}{216}$$

المثال الثانى - أن يكون مقام الكسر وحده مكعبا كاملا مثل الكسر $\frac{54}{343}$ فلا استخراج الجذر التكعيبي لهذا الكسر نقول حيث ان الجذر التكعيبي لعدد ٥٤ محصور بين ٣ و ٤ فيكون الجذر التكعيبي للكسر محصورا بين $\frac{2}{7}$ و $\frac{4}{7}$ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من $\frac{1}{7}$ غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثاني يدل عليه بالزيادة

المثال الثالث - أن يكون مقام الكسر المطاوب استخراج جذره التكعيبي غير مكعب كامل مثل الكسر $\frac{3}{5}$ فنقول من المعام أنه يمكن جعل مقام هذا الكسر مكعبا كاملا بواسطة ضرب حديه فى مربع المقام هكذا

$$\frac{3}{5} = \frac{5 \times 3}{5^3} = \frac{3}{5}$$

وبأخذ الجذر التكعيبي يحدث

$$\frac{1}{\circ} = \frac{4}{\circ} \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{\circ} = \frac{70}{\circ} = \frac{5 \times 3}{\circ} = \frac{3}{\circ} = \frac{3}{\circ}$$

وبمثل ذلك يكون

$$\frac{1}{\frac{1}{24}} = \frac{3}{\frac{1}{24}} = \frac{18}{\frac{1}{24}} = \frac{74 \times 11}{\frac{1}{24}} = \frac{11}{\frac{1}{24}}$$

تنبيه ١ - يتوصل أحيانا الى جعل مقام الكسر المطلوب استخراج جذره التكعيبي مكعبا كاملا بطريقة أخرى وهي أن يحلل مقام الكسر المفروض الى عوامله الأولية ثم يبحث عن العوامل التي اذا ضربت في المقام تجعل جميع أسس عوامله ثلاثية ثم يضرب حاصل ضرب تلك العوامل في حدى الكسر المذكور ويجرى العمل كما سبق

مثال ذلك

$$\frac{99}{3 \times 3} = \frac{3 \times 11}{3 \times 3} = \frac{11}{3 \times 3} = \frac{11}{\frac{1}{24}}$$

ومنه يحدث

$$\frac{1}{\frac{1}{7}} = \frac{2}{\frac{1}{7}} = \frac{4}{\frac{1}{7}} = \frac{99}{3 \times 2} = \frac{99}{3 \times 3} = \frac{11}{\frac{1}{24}}$$

وهذه الطريقة وان كانت أسرع ٤٤ من السابقة لكن مقدار ناتج الجذر فيها أقل قربا من الاولى لانه يحصل من الطريقة الاولى أن مقدار الجذر هو $\frac{18}{\frac{1}{24}}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{\frac{1}{24}}$ وقد تحصل في هذه الحالة الاخير المقدار $\frac{4}{\frac{1}{7}}$ وهو قريب من الحقيقة بأقل من $\frac{1}{\frac{1}{7}}$

تنبيه ٢ - قد ذكرنا في جميع ما سبق من الامثلة لزوم جعل مقام الكسر المراد أخذ جذره التكعيبي مكعبا كاملا اذ بدون ذلك لا يتأتى حصر درجة التقريب فاذا أخذ الجذر التكعيبي للكسر $\frac{28}{87}$ بدون أن يجعل مقامه مكعبا كاملا تحصل $\frac{28}{87} = \frac{3}{\frac{1}{24}}$ وهو كسر وان كان يقرب من الجذر المطلوب غير أنه لا يمكن حصر درجة قربه منه لانه لما كان المقام ٤ قريباً من المقام الحقيقي فلا يعلم اذن مقدار الاجزاء التي انقسم اليها الواحد الصحيح

(٣٩٦) أما اذا كان الكسر المطلوب أخذ جذره التكعيبي مصحوبا بعدد صحيح وجب أولا تحويله الى صورة كسرية ثم يطبق عليها العملية السابقة

المبحث الخامس (في تكعيب الكسر الاعشاري)

(٣٩٧) لما كان مكعب أى عدد هو الناتج من ضربه في ضربته فلا صعوبة اذن في تكعيب الكسر الاعشاري انما يلاحظ هنا فقط أمران أولهما أن مكعب الكسر الاعشاري يجب أن يحتوى على أرقام اعشارية بقدر ثلاثة أمثال الأرقام الاعشارية الموجودة في العدد المقروض وثانيهما أن أى عدد منته من جهة اليمين برقم معنوى لا يكون مكعبه منتهيا بصفر (٣٨٤ نتيجة ٢) وبناء عليه فكل عدد اعشاري منته من جهة اليمين بصفراً وكان عدداً رقمه غير ثلاثي لا يكون مكعباً تاماً

المبحث السادس (في استخراج الجذر التكعيبي لكسر اعشاري)

(٣٩٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التكعيبي لكسر اعشاري يبدأ أولاً بحصول أرقامه الاعشارية ثلاثية ان لم تكن كذلك بواسطة وضع صفراً و صفرين على يمينه ثم يقطع النظر بعد ذلك عن فاصل الاعشار ويستخرج الجذر التكعيبي للعدد الموجود كأنه عدد صحيح مقرباً بأقل من واحد صحيح ثم تفصل من ناتج الجذر أرقام اعشارية بقدر ثلث عدد الأرقام الاعشارية الموجودة في العدد المقروض وبذلك يتوصل الى الجذر التكعيبي المطلوب مقرباً بأقل من واحد من الميزة الأخيرة منه

المثال الاول - اذا أريد استخراج الجذر التكعيبي للعدد الاعشاري ٥٩٦,٩٤٧٥٧٨
نقول من المعلوم أن $0.967,947078 = \frac{0.967947078}{1.000000} = \frac{0.967947078}{1.000}$ ومنه يحدث

$$\sqrt[3]{0.967,947078} = \sqrt[3]{\frac{0.967947078}{1.000}} = \frac{\sqrt[3]{0.967947078}}{1.000} = \frac{0.989}{1.000} = 0.989 \text{ مقرباً بأقل من } \frac{1}{1000}$$

وهذه عملية تحقق القاعدة

مثال آخر - اذا فرض أن العدد الاعشاري المطلوب استخراج جذره التكعيبي هو ٥٩٦,٩٤٧٥ يتحصل

$$0.967,947000 = 0.967,947000 = \frac{0.967947000}{1.000}$$

ويحدث

$$\sqrt[3]{0.967,947000} = \sqrt[3]{\frac{0.967947000}{1.000}} = \frac{\sqrt[3]{0.967947000}}{1.000} = \frac{0.989}{1.000} = 0.989 \text{ مقرباً بأقل من } \frac{1}{1000}$$

المبحث السابع

(في تقريب الجذور التكعيبية)

(٣٩٩) الغرض من استخراج الجذر التكعيبي لعدد ما مقربا بالعجز بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ أو من $\frac{1}{10000}$ الخ هو إيجاد أعظم عدد من أجزاء الأعداد أو أجزاء المئين أو أجزاء الألوف أو أجزاء الأسباع أو الخ يكون مكعبه منحصرا في العدد المقروض

فالجذر التكعيبي لعدد ٢ مقربا بالعجز بأقل من $\frac{1}{10}$ هو ١٢٥ أما ١٢٦ فهو جذره التكعيبي مقربا بأقل من $\frac{1}{10}$ بالزيادة وذلك لانه

$$125 = \sqrt[3]{125} \text{ وهو } 2 > 2$$

$$126 = \sqrt[3]{126} \text{ وهو } 2 < 2$$

وكذلك الجذر التكعيبي للكسر $\frac{41}{125}$ يكون مساويا الى $\frac{3}{5}$ مقربا بالعجز بأقل من $\frac{1}{10}$ والى $\frac{4}{5}$ مقربا بالزيادة بأقل من $\frac{1}{10}$ وذلك لان

$$\frac{27}{125} = \sqrt[3]{\frac{27}{125}} \text{ وهو } > \frac{41}{125}$$

$$\frac{64}{125} = \sqrt[3]{\frac{64}{125}} \text{ وهو } < \frac{41}{125}$$

(٤٠٠) والقاعدة العمومية لاستخراج الجذر التكعيبي لعدد ما صحيحا كان أو عددا كسريا بحيث يكون مقربا بدرجة تقريب ما معينة مدلول عليها بكسر بسطه الوحدة هي أن يضرب العدد المعلوم في مكعب مقام الكسر المراد التقريب اليه ثم يستخرج الجذر التكعيبي لحاصل الضرب مقربا بأقل من واحد صحيح ويقسم الناتج على المقام المذكور

فإذا أريد مثلا استخراج الجذر التكعيبي لعدد ٧ مقربا بأقل من $\frac{1}{10}$ يتحصل

$$\frac{7 \dots \dots \dots}{1 \dots \dots} = \frac{1 \dots \dots \times 7}{1 \dots \dots} = 7$$

ومنه يحدث

$$125 = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{\frac{125 \dots \dots \dots}{1 \dots \dots}} = \sqrt[3]{125} = 5$$

وهذا مثال محقق القاعدة

مثال آخر - ليكن المطلوب استخراج الجذر التكعيبي للعدد العشري ٧٤٨٧٥٦٧٨٣٢ مقربا بأقل من $\frac{1}{10}$ يحدث

$$\frac{7487567832 \dots \dots \dots}{1 \dots \dots} = 7487567832$$

وحيث ان الجذر التكعيبي للبسط مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبي لجزئه الصحيح وهو ٧٤٨٧٥٦٧٨ يكون عددا ٤٢١ هو الجذر التكعيبي للبسط مقربا بأقل من واحد صحيح ويكون

$$\sqrt[3]{\frac{74875678}{3100}} = \frac{421}{100} = ٤,٢١ \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{100} \text{ بالعجز}$$

وهذا مثال يحقق القاعدة

مثال ثالث - ليكن المطلوب استخراج الجذر التكعيبي للعدد الكسرى ٨ + $\frac{4}{23}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ نقول ان

$$\frac{8173913043 + \frac{11}{23}}{31000} = \frac{31000 \times \frac{188}{23}}{31000} = \frac{188}{23} = \frac{4}{23} + 8$$

وحيث ان الجذر التكعيبي لعدد $\frac{11}{23}$ ٨١٧٣٩١٣٠٤٣ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ هو ٢٠١٤ يتحصل اذن

$$\sqrt[3]{\frac{8173913043 + \frac{11}{23}}{31000}} = \frac{2014}{1000} = ٢,٠١٤ \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{1000}$$

مثال رابع - وليكن المطلوب أخيرا أخذ الجذر التكعيبي للعدد الكسرى $3\frac{2}{7}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ نقول ان

$$\frac{88714 + \frac{2}{7}}{330} = \frac{330 \times \frac{23}{7}}{330} = \frac{23}{7} = 3\frac{2}{7}$$

وحيث ان الجذر التكعيبي للعدد الكسرى $3\frac{2}{7}$ ٨٨٧١٤ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبي لجزئه الصحيح ٨٨٧١٤ وهو ٤٤ يحدث

$$\sqrt[3]{\frac{88714 + \frac{2}{7}}{330}} = \frac{44}{100} = \frac{11}{25} \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{100}$$

تنبيه - حيث ان المعتاد في الاعمال هو استخراج الجذر التكعيبي مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ أو من $\frac{1}{10000}$ الخ أمكن وضع القاعدة السابقة على الصورة الآتية

(٤٠١) لاستخراج الجذر التكعيبي لعدد ما مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ أو من $\frac{1}{10000}$ الخ يقوم العدد المعلوم بعدد اعشاري بحيث يحتوى على أرقام اعشارية بقدر ثلاثة أمثال الأرقام الاعشارية المطلوب إيجادها في ناتج الجذر ثم يستخرج الجذر التكعيبي لهذا

(٤٠٢) كل عدد لم يكن مكعباً تاماً يقال له غير جذري ويقال لجذره أصم

من جهة أنه نهاية مقادير التقريرية ١٤ و ١٤٤ و ١٤٤٢ و ... بالعجز بأقل من ١/١٠
أومن ١/١٠ أومن ١/١٠ أومن ... الخ

ومن جهة أخرى أنه نهاية مقادير التقريرية ١,٥ و ١,٤٥ و ١,٤٤٣ و ٠,٠٠٠ بالزيادة بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ الخ
وأن سلسلتي الأعداد السابقتين تقربان من نهاية واحدة
والبرهنة على هذه الطريقة هي عين البرهنة التي ذكرت بنمرة (٣٨٣)

(١) اذا كان الفرق بين مربعي عددين متوالين مساويا ١٤٧ والمطلوب معرفة هذين العددين
 لحل هذه المسألة نقول حيث ان عدد ١٤٧ هو الفرق بين مربعي عددين متوالين فيكون
 مساويا لضعف أصغر العددين زائدا واحدا فاذا طرح منه واحد كان الباقي وهو ١٤٦ يدل
 على ضعف أصغرهما واذن فيكون الاصغر مساويا $\frac{١٤٦}{٢} = ٧٣$ ويكون الاكبر مساويا ٧٤

(٢) أراد بستانى أن يغرس شجرا على هيئة مربع فبعد أن غرس منها جلة تخطو طرأى أنه يحتاج الى ١٢ شجرة لاتمام المربع ولما أن نقص كل صف شجرة وجد أنه يزيد عنده ٢٣ شجرة بعد اتمام المربع والمطلوب معرفة عدد الشجر الموجود بطرف البستانى

حل هذه المسئلة نقول من المعلوم أنا إذا نقصنا ٢٣ شجرة من الشجر الموجود بطرف البستان
كان الباقي كافيا ضرورة لإنشاء المربع الثاني أما إذا أردنا تشكيل المربع الأول فانا نحتاج
ضرورة إلى $12 + 23 = 35$ شجرة واذن فيكون عدد ٣٥ هو الفرق بين مربعي عددين
متوالين أحدهما ١٧ وثانيهما ١٨ ويكون عدد الشجر الموجود مساويا إلى $17 + 23 =$
 $= 289 + 23 = 312$ شجرة أولى $18 - 12 = 324 - 12 = 312$ شجرة

(٣) اذادل عدد ٥ هكتار و ٦١ آرا و ٦٩ سنتيار على مساحة قطع أرض مربعة والمطلوب حساب طول ضلع هذه القطعة مقدرا بالتر

لحل هذه المسئلة نقول من المعلوم أن ٥ هكتار تعادل ٥٠٠٠٠ متر مربعا وان ٦١ آرا تعادل ٦١٠٠ متر مربعا وان ٦٩ سنتيار تعادل ٦٩ متر مربعا واذن فيعادل ٥ هكتار و ٦١ آرا و ٥٩ سنتيار المقدار ٥٦١٦٩ متر مربعا وبأخذ الجذر التربيعي لهذا العدد يتحصل ٢٣٧ متر وهو ضلع قطعة الأرض مقدرا بالتر

(٤) حوض يساوي عرضه $\frac{2}{3}$ طوله قدملى بماء الى ارتفاع ٢٨ م منه وبلغ مقدار المياه فيه ٢٩٤٠ لترا والمطلوب معرفة مقدار طوله وعرضه

لحل هذه المسئلة نقول من المعلوم أن ٢٩٤٠ لتراته تعادل حجم قدره ٢٩٤٠ متر مكعبا وبقسمة هذا المقدار على ٢٨ م وهو ارتفاع الماء يتحصل ١٠٥ متر مربع وهو مساحة قاعدة الحوض وحيث ان عرض القاعدة يساوي $\frac{2}{3}$ طولها فاذا قسم الطول الى خمسة أقسام متساوية والعرض الى قسمين متساويين وأقيمت أعمدة من نقط التقاسيم انقسمت بذلك القاعدة الى عشرة مربعات متساوية ويكون سعة كل واحد منها $\frac{1}{10} = ١٠٥$ متر مربع وبأخذ الجذر التربيعي لهذا العدد يتحصل $\sqrt{١٠٥} = ١٠.٢٥$ مترات تقريبا وهو مقدار ضلع المربع وحيث ان طول القاعدة يحتوى على خمسة أجزاء من ذلك وطول ارتفاعها أو عرض الحوض يحتوى على جزئين يكون طول القاعدة مساويا ١٢٥ م وعرضها مساويا الى ٢٠٥ متر

ويتحقق من ذلك بواسطة ضرب الأبعاد الثلاثة في بعضها فلا بد وأن يتحصل المساحة الأصلية هكذا $١٢٥ \times ٢٠٥ \times ٢٨ = ٢٩٤١$ متر مكعبا تقريبا

(٥) المطلوب تعيين العدد الذى اذا ضرب مربعة في خمسة يتحصل منه عدد ٦٧٥
لحل هذه المسئلة نقول من المعلوم أن ضرب مربع أى عدد فى نفس العدد يتحصل منه مكعب العدد المذكور وضربه فى خمسة يتحصل منه خمس مكعبه واذن فيكون عدد ٦٧٥ هو خمس مكعب العدد المطلوب واذن يكون

$$١٥ = \sqrt[3]{٣٣٧٥} = \sqrt[3]{٦٧٥ \times ٥}$$

وبتحقيق ذلك يكون

$$٦٧٥ = ٣ \times ٢٢٥ = \frac{١٥}{٥} \times ١٥$$

الفصل الرابع

(تمرينات)

(١) استخراج الجذر التربيعي لكل واحد من الاعداد ٥٣٥٩٢٥٥ ، ٦٤٠٦٤٠٣٢ ، و ٨٣٦٣٥١٤٠٩٥ مقربا بأقل من واحد صحيح

(٢) استخراج الجذر التربيعي لكل واحد من الاعداد ٢ و ٣ و ٥ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$

(٣) استخراج الجذر التربيعي للكسر $\frac{٤٧}{٧٥}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{10}$

(٤) استخراج الجذر التربيعي للكسر $\frac{٢}{٥}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{٧}$

(٥) المطاوب تعيين أضلاع المربعين اللتين مساحتهما هما ٢٩ آرا و ٢١ سنتيار و ١٦٣ آرا و ٨٤ سنتيار

(٦) استخراج الجذر التكعيبي لكل واحد من الاعداد ٩٢٨٩٦٣٤٥٦٣ و ٩٧٤٣٧٨٩٦٣٥٦٤ و ٣٧٨٩٦٤٥٦٨٩٤٧٦٣٤٥ مقربا بأقل من واحد صحيح

(٧) استخراج الجذر التكعيبي لكل واحد من الاعداد ٢ و ٣ و ٤ و ٥ مقربا بأقل من $\frac{1}{1000}$

(٨) استخراج الجذر التكعيبي للكسر $\frac{٧}{٣٥}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{10}$

(٩) استخراج الجذر التكعيبي للكسر $\frac{٢}{٩}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{٩}$

(١٠) المطاوب تعيين أضلاع المكعبين اللذين مساحتهما هما ١٢٥ و ٩١٠ متركب و ٣٣٧٥ متركب

الباب الرابع (في النسبة والتناسب)

الفصل الاول (في النسبة)

(٤٠٤) النسبة هي نتيجة مقارنة كيتين من نوع واحد ببعضهما

ثم ان قصد تلك المقارنة البحث عن زيادة احدى الكيتين عن الاخرى سميت نتيجة المقارنة نسبة طرحية أو عددية أو حسابية أما اذا قصد بها البحث عن عدد مرات احتواء احدى الكيتين على الاخرى أو عن عدد مرات انحصار احدى الكيتين في الاخرى سميت نتيجة المقارنة نسبة قسمية أو هندسية أو نسبة فقط

وحينئذ فالنسبة الطرحية بين العددين ١٢ و ٤ هي ١.٢ — ٤ = ٨ والنسبة الهندسية بين عين هذين العددين ١٢ و ٤ هي $\frac{١٢}{٤} = ٣$ ونظر القلة استعمال النسبة العددية في الاعمال التطبيقية فاننا لم نتكلم هنا الا على النسبة الهندسية فنقول

(٤٠٥) يطلق بوجه عام اسم النسبة بين أي كيتين من نوع واحد على العدد الدال على الكيفية التي تألفت بها أولاهما من الثانية

فان قيل مثلاً ان النسبة بين كيتين هي ٥ فذلك يدل على أن أولاهما مؤلفة من خمسة أمثال الثانية وبعبارة أخرى أن الاولى أكبر خمسة مرات من الثانية وكذا لو قيل أن النسبة بين كيتين هي $\frac{٧}{٨}$ فان ذلك يدل على أن الاولى منها مؤلفة من سبعة أمثال ثن الثانية أو من سبعة أمثال الثانية وهكذا

(٤٠٦) لايجاد النسبة الكائنة بين أي كيتين مقدرتين بوحدة ما من الوحدات نقسم نتيجتي التقديرين على بعضهما

فان افرض أن الكيتين المعومتين هما خطان مستقيمان أحدهما أ ب وثانيهما ح د وقدرناهما بالتر مثلاً وكان المستقيم أ ب يساوي ٤ متر والمستقيم ح د يساوي ٧ متر فتكون النسبة بين هذين الطولين هي $\frac{٤}{٧}$

وذلك لان الطول الثانى لما كان مساويا ٧ متر كان المتر معادلا لضرورة سبعة وحيث ان الطول الاول يساوى ٤ متر فيتألف اذن من أربعة أمثال سبع الطول الثانى أعنى يكون مساويا $\frac{4}{7}$ الطول الثانى وبناء عليه فتكون النسبة بين الطولين مساوية $\frac{4}{7}$ وكان يمكن تقدير الطولين المذكورين بوحدة أخرى كالدسيمتر مثلا بدل المتر وبذلك يكون طول الخط الاول معادلا ٤ ديسيمتر والثانى معادلا ٧ ديسيمتر بحيث ان النسبة بينهما تكون $\frac{4}{7}$ أو $\frac{4}{7}$

حيث يعلم مما ذكر أن انتخاب الوحدة أمر اختياري فاذن يمكن اعتبار الكمية الثانية المعلومة كأنها وحدة ولذا فتعرف غالبا النسبة بين كيتين من نوع واحد بأنها هي العدد الدال على نتيجة تقدير الكمية الاولى بالكمية الثانية معتبرة وحدة

فاذا احتوت الكمية الاولى الكمية الثانية ثلاث مرات مثلا قيل ان النسبة بينهما هي ٣

(٤٠٧) يفهم مما سبق ذكره انه يوجد بين الكميات المفروضة مقياس مشترك وقد علم مما سبق أيضا أن هناك كميات غير جذرية بمعنى أن مقاديرها ليست الا تقريبية ففي هذه الحالة لا تكون النسبة بين مثل هذه الكميات الا تقريبية لكنه حيث انه يمكن زيادة التقرب من المقادير الحقيقية لهذه الكميات فتكون النسبة بين أى كيتين غير جذريتين هي نهاية النسبة الكائنة بين الكيتين الجذريتين اللتين تقربان جدا من المقدارين الحقيقيين للكيتين المفروضتين

(٤٠٨) يمكن على مقتضى ما ذكر أن تعرف النسبة بين عددين بخارج قسمتهما أولهما على الثانى والدلالة على النسبة بين عددين يفصلان عن بعضهما بالعلامة القسمة

مثال ذلك اذا أردت بيان النسبة بين العددين ٣ و ٤ وبين $6\frac{3}{5}$ و $7\frac{2}{3}$ وبين ١ و ٣٧ فانه تكتب هكذا $4 : 3$ و $6\frac{3}{5} : 7\frac{2}{3}$ و $37 : 1$ أو هكذا

$$\frac{3}{4} \text{ و } \frac{6\frac{3}{5}}{7\frac{2}{3}} \text{ و } \frac{1}{37}$$

ويسمى العددان اللذان تتألف منهما النسبة بجذرى النسبة

(٤٠٩) النسبتان المتعاكستان هما المتحدتان في الحدود والمتخالفتان في الوضع مثل النسبتين $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{3}$ وحاصل ضرب أى نسبتين متعاكستين مساو دائما للوحدة لان

$$1 = \frac{4 \times 3}{3 \times 4} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4}$$

الفصل الثاني

(في خواص النسبة)

(٤١٠) نضع النسب دائماً على صورة كسرية انما لا يجب دائماً أن تكون بسوطها ومقاماتها أعداد صحيحة كما شوهد ذلك في الكسور الاعتيادية بل تكون تارة أعداداً كسرية أو غير جذرية لكنهما مع ذلك لها عين الخواص التي ذكرت للكسور الاعتيادية

(٤١١) نظرية - مقدار النسبة لا يتغير إذا ضرب حذاها أو قسمها على عدد واحد صحيحاً كان أو عدداً كسرياً

فإذا كانت النسبة المعروفة هي $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{7}}$ فإن المقتضى البرهنة عليه هو أن

$$\frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}}{\frac{2}{3} \times \frac{2}{7}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{7}}$$

وذلك لأنه إذا أُجريت عملية القسمة المدلول عليها بالطرف الأول من هذه المتساوية يحدث

$$\frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{2}}$$

ثم إذا أُجريت عملية القسمة المدلول عليها بالطرف الثاني يحصل أيضاً أن

$$\frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 4}{2 \times 3 \times 2 \times 5} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} \times \frac{2 \times 4}{2 \times 5} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$$

وحيث أن ناتج الطرفين واحد وهو المقدار $\frac{2 \times 4}{3 \times 5}$ فيكونان متساويين وبذلك تتحقق النظرية وبمثل ذلك يبرهن في حالة قسمة حدى النسبة على عدد واحد

ومما ذكره ينتج

أولاً - يمكن اختصار النسبة بواسطة حذف المضارب المشتركة في حديها كما أُجريت ذلك في الكسور الاعتيادية

ثانياً - يمكن تحويل عدة نسب إلى ذات مقام واحد بعين الطريقة التي أتبعنا في الكسور الاعتيادية

(في جمع النسب)

(٤١٢) القاعدة لجمع عدة نسب على بعضها أن يبدأ أولاً باتحاد مقاماتها ثم يجمع البسوط على بعضها وتقسيم الناتج على المقام المشترك فيحصل مثلاً

$$\frac{\frac{٠.٢٥}{٤} + \frac{٣.٢٥}{٦}}{\frac{٧}{٨}} = \frac{\frac{٠.٢٥}{٤}}{\frac{٧}{٨}} + \frac{\frac{٣.٢٥}{٦}}{\frac{٧}{٨}}$$

وذلك لأن الطرف الأول يحصل منه على التعاقب أن

$$\frac{٦ \times ٨ \times ٠.٢٥}{٦ \times ٧ \times ٤} + \frac{٤ \times ٨ \times ٣.٢٥}{٤ \times ٧ \times ٦} = \frac{٨ \times ٠.٢٥}{٧ \times ٤} + \frac{٨ \times ٣.٢٥}{٧ \times ٦} = \frac{\frac{٠.٢٥}{٤}}{\frac{٧}{٨}} + \frac{\frac{٣.٢٥}{٦}}{\frac{٧}{٨}}$$

$$\frac{٦ \times ٨ \times ٠.٢٥ \times ٤ \times ٨ \times ٣.٢٥}{٤ \times ٧ \times ٦} =$$

ويحصل من الطرف الثاني أيضاً أن

$$\frac{\frac{٨}{٧} \times \frac{٦ \times ٠.٢٥ + ٤ \times ٣.٢٥}{٤ \times ٦}}{\frac{٧}{٨}} = \frac{\frac{٦ \times ٠.٢٥ + ٤ \times ٣.٢٥}{٤ \times ٦}}{\frac{٧}{٨}} = \frac{\frac{٦ \times ٠.٢٥}{٦ \times ٤} + \frac{٤ \times ٣.٢٥}{٤ \times ٦}}{\frac{٧}{٨}} = \frac{\frac{٠.٢٥}{٤} + \frac{٣.٢٥}{٦}}{\frac{٧}{٨}}$$

$$\frac{٨ \times ٦ \times ٠.٢٥ + ٨ \times ٤ \times ٣.٢٥}{٧ \times ٤ \times ٦} =$$

وحيث أن ناتج الطرفين واحد فتكون القاعدة حقيقية

(في طرح النسب)

(٤١٣) اطرح نسبة من أخرى مختلفتي المقام تحولان أولاً إلى ذاتي مقام واحد ثم يطرح بسط النسبة المراد طرحها من بسط النسبة المراد اطرح منها ويجعل المقام المشترك مقاماً للناتج ويبرهن على ذلك كما برهن على الجمع

(في ضرب النسب)

(٤١٤) لايجاد حاصل ضرب نسبتين أو عدة نسب في بعضها تضرب البسوط في بعضها والمقامات كذلك

$$\frac{\frac{٤}{٩} \times \frac{٣}{٥}}{\frac{٦}{١١} \times \frac{٧}{٥}} = \frac{\frac{٤}{٩}}{\frac{٦}{١١}} \times \frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٧}{٥}}$$

فيحصل مثلاً

وذلك لأن الطرف الأول يؤل إلى

$$\frac{١١ \times ٤ \times ٧ \times ٣}{٦ \times ٩ \times ٢ \times ٥} = \frac{١١}{٦} \times \frac{٤}{٩} \times \frac{٧}{٢} \times \frac{٣}{٥} = \frac{\frac{٤}{٩}}{\frac{٦}{١١}} \times \frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٧}{٥}}$$

ويؤل الطرف الثاني الى

$$\frac{11 \times 7 \times 4 \times 3}{7 \times 2 \times 9 \times 5} = \frac{11 \times 7}{7 \times 2} \times \frac{4 \times 3}{9 \times 5} = \frac{4 \times 3}{9 \times 5} = \frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{7}{11} \times \frac{2}{7}$$

وحيث ان ناتجى الطرفين متساويان فتكون القاعدة حقيقة

وبمثل ذلك يبرهن لو أريد ضرب عدة نسب في بعضها

(في قسمة النسب على بعضها)

(٤١٥) لقسمة نسبة على أخرى نضرب الاولى في الثانية معكوسة فيحصل مثلاً

$$\frac{8}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{7}{8} : \frac{4}{5}$$

وذلك لان الطرف الاول يؤل الى

$$\frac{8 \times 7 \times 6 \times 3}{9 \times 2 \times 5 \times 4} = \frac{9 \times 2}{8 \times 7} : \frac{7 \times 3}{5 \times 4} = \frac{9}{8} \times \frac{2}{7} : \frac{7}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{8} : \frac{4}{5}$$

والطرف الثاني يؤل الى

$$\frac{7 \times 8 \times 6 \times 3}{2 \times 9 \times 5 \times 4} = \frac{7 \times 8}{2 \times 9} \times \frac{7 \times 3}{5 \times 4} = \frac{8}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{7}{8} : \frac{4}{5}$$

وهما ناتجان متساويان يثبتان صحة القاعدة

(٤١٦) تنبيه - تطبق القواعد المتقدمة أيضاً على النسب التي تكون حدودها أعداداً

غير جذرية حيث ان تلك الأعداد تستعوض دائماً بأعداد جذرية تكون مقاديرها قريبة جداً

من المقادير الحقيقية للأعداد الغير الجذرية

الفصل الثالث

(في التناسب)

(٤١٧) التناسب هو التساوي بين نسبتين من نوع واحد فان كانتا عدديتين كان التناسب

تناسباً عددياً وان كانتا هندسيتين كان تناسبا هندسياً أو تناسبا فقط ولم تتكلم هنا الا على

التناسب الهندسي لكثرة استعماله

فالنسبتان $\frac{12}{8}$ و $\frac{7}{4}$ المتساويتان يتركب منهما هذا التناسب $\frac{12}{8} = \frac{7}{4}$
 ويتلفظه هكذا نسبة ١٢ الى ٨ كنسبة ٦ الى ٤ أو ١٢ على ٨ يساوى ٦ على ٤
 وكان يوضع التناسب المذكور على هذه الصورة ١٢ : ٨ :: ٦ : ٤
 فالحدان ١٢ و ٤ يسميان طرفا التناسب والحدان ٨ و ٦ يسميان وسطاه وكذا يسمى
 الحدان ١٢ و ٦ مقدمان والحدان ٨ و ٤ تاليان
 (٤١٨) الرابع المتناسب لثلاثة أعداد معلومة هو عدد رابع يتكون منه ومن الأعداد
 الثلاثة المعلومة تناسب فعدد ٨ مثلاً من التناسب $\frac{12}{8} = \frac{7}{4}$ هو رابع متناسب للأعداد
 الثلاثة الأخر

(٤١٩) الوسط المتناسب بين عددين هو عدد ثالث يتكون منه وسطا التناسب ويكون طرفاه
 العددان المعلومان ففي التناسب $\frac{8}{4} = \frac{4}{2}$ يقال لعدد ٤ انه وسط متناسب للعددين
 ٨ و ٢

(٤٢٠) الثالث المتناسب هو الحد الرابع من تناسب فيه الوسطان متساويان فيقال لعدد ٢
 في التناسب السابق انه الثالث المتناسب للعددين ٨ و ٤

(٤٢١) كل تناسب تساوى فيه الوسطان يقال له تناسب متصل

(٤٢٢) النظرية الاولى الاساسية - في كل تناسب حاصل ضرب الطرفين يساوى حاصل
 ضرب الوسطين فإذا فرض التناسب $\frac{12}{8} = \frac{7}{4}$ يتحصل $٨ \times ٦ = ٤ \times ١٢$
 والبرهنة على ذلك نقول اذا ضربنا حدى النسبة الاولى فى ٤ وحدى النسبة الثانية فى ٨ يحدث

$$\frac{٨ \times ٦}{٨ \times ٤} = \frac{٤ \times ١٢}{٤ \times ٨}$$

وحيث ان مقامى هذين النسبتين متساويان يكون بسطاهما كذلك أعنى يكون

$$٨ \times ٦ = ٤ \times ١٢$$

(٤٢٣) النظرية الثانية عكس الاولى - اذا وجدت أربعة أعداد بحالة ان حاصل ضرب
 اثنين منها مساو لحاصل ضرب الاثنين الاخرين فانه يتكون من الأعداد الاربعة تناسب
 يكون طرفاه عاملاً أحداً الحاصلين ووسطاه عاملاً الحاصل الثانى

فإذا وجدت الأعداد الاربعة ١٢ و ٨ و ٦ و ٤ مثلاً بحيث ان $٦ \times ٨ = ٤ \times ١٢$
 تحصل هذا التناسب $\frac{12}{8} = \frac{7}{4}$

وللبرهنة على ذلك نقول اذا قسمنا طرفي المتساوية $٦ \times ٨ = ٤ \times ١٢$ على عدد واحد وهو ٨×٤ نحصل $\frac{٦ \times ٨}{٤ \times ٨} = \frac{٤ \times ١٢}{٤ \times ٨}$ وبجذف المضارب المشتركة يحدث $\frac{٦}{٤} = \frac{١٢}{٨}$ وبما ذكر يستنتج

أولاً - يمكن وضع أعداد التناسب الأربعة على ثمانية صور مختلفة بدون حصول فساد فيه فيحصل مثلاً

$$\frac{٤}{٨} = \frac{٦}{١٢} \text{ و } \frac{٤}{٦} = \frac{٨}{١٢} \text{ و } \frac{٨}{٤} = \frac{١٢}{٦} \text{ و } \frac{٦}{٤} = \frac{١٢}{٨}$$

$$\frac{٦}{١٢} = \frac{٤}{٨} \text{ و } \frac{٨}{١٢} = \frac{٤}{٦} \text{ و } \frac{١٢}{٦} = \frac{٨}{٤} \text{ و } \frac{١٢}{٨} = \frac{٦}{٤}$$

و يشاهد في كل واحدة من هذه الصور أن حاصل ضرب الطرفين لا يزال مساوياً إلى حاصل ضرب الوسطين وبذلك لا تزال الأعداد الأربعة مركبة للتناسب

ثانياً - يمكن حساب الحد الرابع من تناسب اذا علمت الحدود الثلاثة الأخرى لتكن الأعداد المعلومة ١٢ و ٨ و ٦ هي الحدود الثلاثة الأولى من تناسب فاذا عرف الحرف الرابع بالحرف س يحدث

$$\frac{٦}{٨} = \frac{١٢}{س}$$

وحيث تقدم بكرة (٤٢٢) أن $٦ \times ٨ = س \times ١٢$ فاذا قسم الطرفين على ١٢ يحدث

$$س = \frac{٦ \times ٨}{١٢} = ٤$$

أما اذا كان الحد المراد تعيينه هو الحد الثاني مثلاً يحصل

$$\frac{٦}{س} = \frac{١٢}{٨} \text{ أو } ٦ \times س = ٤ \times ١٢$$

ويقسم الطرفين على ٦ يحدث

$$س = \frac{٤ \times ١٢}{٦} = ٨ \text{ أو } س = \frac{٤ \times ١٢}{٦} = ٨$$

ومن المتساويتين نستنتج ما يأتي

اذا كان الحد المجهول هو أحد الطرفين فإنه يتوصل إليه بواسطة قسمة حاصل ضرب الوسطين

على الطرف المعلوم

أما اذا كان الحد المجهول هو أحد الوسطين فإنه يتوصل إليه بواسطة قسمة حاصل ضرب الطرفين

على الوسط المعلوم

ثالثاً - الوسط التناسب بين عددين يساوي الجذر التربيعي لحاصل ضربهما

فإذا أريد إيجاد الوسط المتناسب بين العددين ٢٧ و ٣ مثلا وضع التناسب على هذه الصورة

$$\frac{٢٧}{س} = \frac{س}{٣} \text{ ومنه } س \times س = ٢٧ \times ٣ \text{ أو } س^2 = ٨١$$

$$س = \sqrt{٨١} = \sqrt{٣ \times ٢٧} = ٩$$

(٤٢٤) النظرية الثالثة - يمكن ضرب عدة تناسبات في بعضها خذ في حد و يتركب من

حواصل الضرب تناسب

فإذا فرضت التناسبات

$$\frac{١٥}{٢١} = \frac{٥}{٧} \text{ و } \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣} \text{ و } \frac{١٠}{١٢} = \frac{٥}{٦}$$

فن المعلوم أنه إذا ضربت تلك المتساويات في بعضها طرفا في طرف فان حاصل الضرب يكونان

متساويين واذن يحدث

$$\frac{١٥ \times ٤ \times ١٠}{٢١ \times ٦ \times ١٢} = \frac{٥ \times ٢ \times ٥}{٧ \times ٣ \times ٦} \text{ أو } \frac{١٥}{٢١} \times \frac{٤}{٦} \times \frac{١٠}{١٢} = \frac{٥}{٧} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٦}$$

(٤٢٥) النظرية الرابعة - يمكن رفع حدود التناسب الاربعة الى أى قوة كانت بحيث

يتركب من النواتج تناسب

وذلك لانه اذا فرض التناسب $\frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥}$ أمكن أن يستخرج منه أن $\frac{٤}{٥} = \frac{١٦}{٢٠}$

$$\frac{٤}{٥} = \frac{١٦}{٢٠} \text{ و } \frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥} \text{ واذن يتحصل } \frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥} \text{ غير أن } \frac{٤}{٥} = \frac{١٦}{٢٠}$$

(٤٢٦) النظرية الخامسة عكس السابقة - يمكن أن يستخرج جذورا لحدود الاربعة

التركيب منها تناسب بأى درجة كانت ولا تزال النواتج يتركب منها تناسب

وذلك لانه اذا فرض التناسب $\frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥}$ أمكن أن يستخرج منه أن

$$\sqrt[٤]{\frac{١٦}{٢٠}} = \sqrt[٤]{\frac{٤}{٥}} \text{ غير أن } \sqrt[٤]{\frac{١٦}{٢٠}} = \sqrt[٤]{\frac{٤}{٥}} \text{ و } \sqrt[٤]{\frac{٤}{٥}} = \sqrt[٤]{\frac{١٦}{٢٠}}$$

واذن يكون

$$\sqrt[٤]{\frac{١٦}{٢٠}} = \sqrt[٤]{\frac{٤}{٥}}$$

(٤٢٧) النظرية السادسة - في كل تناسب نسبة مجموع أوقاضل الحدين الاو

الحد الثاني كنسبة مجموع أوقاضل الحدين الاخيرين الى الحد الرابع

$$\frac{٤+١٢}{٤} = \frac{٦+١٨}{٦} \text{ تحصل } \frac{١٦}{٤} = \frac{٢٤}{٦}$$

والبرهنة على ذلك نقول من المعلوم أن التساوى لا يتغير إذا ضم واحد إلى طرفيه أو طرح واحد من كل منهما واذن يتحصل من المتساوية المفروضة أن

$$1 \pm \frac{12}{4} = 1 \pm \frac{18}{6}$$

ثم إذا حول الواحد إلى عدد كسرى من نوع مقام الكسر المصاحب له يتحصل

$$\frac{4 \pm 12}{4} = \frac{6 \pm 18}{6} \text{ أو } \frac{4}{4} \pm \frac{12}{4} = \frac{6}{6} \pm \frac{18}{6}$$

ومما ذكره ينتج

أولا - أن في كل تناسب نسبة مجموع أوفاضل الحدين الأولين إلى مجموع أوفاضل الحدين الآخرين كنسبة الحد الثاني إلى الحد الرابع أو كنسبة الحد الأول إلى الحد الثالث

$$\text{وذلك لأن التناسب } \frac{12}{4} = \frac{18}{6} \text{ يتحصل منه } \frac{4 \pm 12}{4} = \frac{6 \pm 18}{6}$$

وعلى مقتضى النتيجة الأولى من عمدة (٤٢٣) يتحصل

$$\frac{18}{12} = \frac{6}{4} = \frac{6 \pm 18}{4 \pm 12}$$

ثانيا - في كل تناسب نسبة مجموع الحدين الأولين إلى فاضلهما كنسبة مجموع الحدين الآخرين إلى فاضلهما

وذلك لأنه يمكن أن يستخرج من التناسب السابق التناسبان الآتيان

$$\frac{6}{4} = \frac{6-18}{4-12} \text{ و } \frac{6}{4} = \frac{6+18}{4+12}$$

ولو جود النسبة المشتركة بين هذين التناسبين يحدث

$$\frac{6-18}{4-12} = \frac{6+18}{4+12}$$

وبتغيير وسطى هذا التناسب يحدث

$$\frac{4+12}{4-12} = \frac{6+18}{6-18}$$

ثالثا - في كل تناسب نسبة مجموع أوفاضل الحدين الأولين إلى الحد الأول كنسبة مجموع أوفاضل الحدين الآخرين إلى الحد الثالث

وذلك لأنه يستخرج من التناسب $\frac{1}{12} = \frac{0}{8}$ التناسب الآتي (٤٢٣) $\frac{1}{12} = \frac{0}{8}$ وعلى

$$\text{مقتضى النظرية يتحصل من هذا التناسب } \frac{10 \pm 12}{10} = \frac{0 \pm 8}{0}$$

رابعاً - في كل تناسب نسبة مجموع أوافضل البسطين (المقدمين) الى مجموع أوافضل المقامين (التاليين) كنسبة أي بسط (مقدم) الى مقامه (تاليه)

وذلك لان التناسب $\frac{12}{4} = \frac{18}{7}$ يستخرج منه $\frac{12}{4} = \frac{18}{7}$ وعلى مقتضى النتيجة الاولى يتحصل $\frac{12}{4} = \frac{18}{7} = \frac{12+18}{4+7}$

خامساً - في كل تناسب نسبة مجموع البسطين (المقدمين) الى فاضلهما كنسبة مجموع المقامين (التاليين) الى فاضلهما

لانه يتحصل من التناسب السابق هذان التناسبان

$$\frac{12}{4} = \frac{18-12}{4-7} \quad \text{و} \quad \frac{12}{4} = \frac{12+18}{4+7}$$

وبسبب وجود النسبة المشتركة $\frac{12}{4}$ يحدث

$$\frac{18-12}{4-7} = \frac{12+18}{4+7}$$

وبتغيير الوسطين يحدث

$$\frac{4+7}{4-7} = \frac{12+18}{18-12}$$

(٤٢٨) النظرية السابعة - في سلسلة التناسبات المتساوية نسبة مجموع البسوط (المقدمات) الى مجموع المقامات (التوالي) كنسبة أي بسط (مقدم) الى مقامه (تاليه)

فاذا فرضت سلسلة التناسبات المتساوية

$$\frac{2}{3} = \dots = \frac{4}{7} = \frac{12}{18} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27}$$

فانه يتحصل منها

$$\frac{4}{7} = \frac{4+12+16+18}{7+18+24+27}$$

وذلك لانه لما كان كل واحد من الكسور المفروضة مساويا للكسر $\frac{2}{3}$ تحصل

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{7} \quad \text{و} \quad \frac{2}{3} = \frac{12}{18} \quad \text{و} \quad \frac{2}{3} = \frac{16}{24} \quad \text{و} \quad \frac{2}{3} = \frac{18}{27}$$

وبحذف مقامات الطرف الاول من كل واحدة من هذه المتساويات بواسطة ضرب طرفها الثاني في عين المقام يحدث

$$27 \times \frac{2}{3} = 18$$

$$24 \times \frac{2}{3} = 16$$

$$18 \times \frac{2}{3} = 12$$

$$7 \times \frac{2}{3} = 4$$

فإذا جعلت هذه المتساويات على بعضها طرفا على طرف يحدث

$$(7 + 18 + 24 + 27) \times \frac{2}{3} = 4 + 12 + 16 + 18$$

وبقسمة طرفي هذه المتساوية على العامل $(7 + 18 + 24 + 27)$ يحدث

$$\frac{2}{3} = \frac{4+12+16+18}{7+18+24+27}$$

وحيث أن $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{12}{18} = \frac{16}{24}$ يحدث

$$\frac{2}{3} = \frac{4+12+16+18}{7+18+24+27}$$

وبما ذكر يمكن أن يستنتج أن في سلسلة التناسبات المتساوية نسبة الجذر التربيعي لمجموع مربعات البسوط الى الجذر التربيعي لمجموع مربعات المقامات كنسبة أي بسط الى مقامه

وذلك لان النسب المتساوية $\frac{4}{6} = \frac{12}{18} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27}$ يتولد عن مربعاتها نسب أخرى متساوية أيضا (420) يحدث

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{12}{18} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27}$$

وبتطبيق النظرية على هذه النسب الأخيرة يحدث

$$\frac{4}{6} = \frac{4+12+16+18}{6+18+24+27}$$

وبناء على ما تقر به (٤٢٦) يحدث

$$\frac{4}{6} = \frac{\sqrt{4+12+16+18}}{\sqrt{6+18+24+27}}$$

تنبيه - من المعلوم أن هذه النتيجة وإن دلل منظورها على الجذر التربيعي فقط إلا أنه يمكن تطبيقها أيضا مهما كانت درجة الجذر <

(٤٢٩) النظرية الثامنة - في سلسلة النسب الغير المتساوية نسبة مجموع البسوط الى مجموع المقامات أكبر دائما من أصغر نسبة فيها وأصغر من أكبرها

فإذا فرضت سلسلة النسب الغير المتساوية

$$\frac{11}{12} > \frac{7}{8} > \frac{3}{4} > \frac{2}{5}$$

تتوصل

$$\frac{2}{5} < \frac{11+7+3+2}{12+8+4+5}$$

أولا أن

$$\frac{11}{12} > \frac{11+7+3+2}{12+8+4+5}$$

ثانيا أن

برهان الاول - حيث ان $\frac{2}{5}$ هي أصغر النسب المعالمة يكون $\frac{3}{4} < \frac{2}{5}$ وعليه يكون

$$3 < \frac{2}{5} \times 4$$

وبمثل ذلك يكون

$$7 < \frac{2}{5} \times 8$$

$$11 < \frac{2}{5} \times 12$$

وبخصوص النسبة $\frac{2}{5}$ يكون $2 = \frac{2}{5} \times 5$

ويجمع تلك المقادير الى بعضها طرفا على طرف يحدث

$$2 + 7 + 11 + 3 < (\frac{2}{5} \times (5 + 8 + 12 + 4)) \text{ أو}$$

$$\frac{2}{5} < \frac{2+7+11+3}{5+8+12+4}$$

برهان الثاني - حيث ان النسبة $\frac{11}{12}$ أكبر من $\frac{7}{8}$ يكون $\frac{7}{8} > \frac{11}{12}$ وعليه يكون

$$7 < \frac{11}{12} \times 8$$

وبمثل ذلك يكون

$$3 < \frac{11}{12} \times 4$$

$$2 < \frac{11}{12} \times 5$$

وبخصوص النسبة $\frac{11}{12}$ يكون $11 = \frac{11}{12} \times 12$

ويجمع هذه المقادير على بعضها طرفا على طرف يحدث

$$2 + 3 + 7 + 11 < (\frac{11}{12} \times (5 + 4 + 8 + 12)) \text{ أو}$$

$$\frac{11}{12} > \frac{2+3+7+11}{5+4+8+12}$$

الفصل الرابع

(تمارينات)

(١) اذا كانت النسبة بين طولين مساوية الى $\frac{4}{5}$ وكان الطول الاول مساويا ٥٠ متر فامقدار طول الثاني

(٢) اذا كانت النسبة بين طولين مساوية الى $\frac{5}{6}$ وكان الطول الثاني مساويا الى ٦٠ متر فامقدار الطول الاول

(٣) اذا كانت النسبة بين كميتين مساوية الى $\frac{3}{4}$ وكانت الاولى تساوى $\frac{9}{11}$ فما مقدار الثانية

(٤) المطلوب البرهنة على أنه في كل كسر اعتيادي يشمل حده على عدد واحد من الأرقام اذا كتبت أرقام البسط عدة مرات بجانب بعضها بحيث لا يتكون منها الا عدد واحد ثم كتبت أرقام المقام كذلك مرات بقدر عدد المرات التي استعملت في البسط فان الكسر الناتج يتكون منه كسر مساو للاول

$$\dots = \frac{2121212121}{7070707070} = \frac{212121}{707070} = \frac{2121}{7070} = \frac{21}{70} \text{ فالعكس}$$


(٥) المطلوب ايجاد الرابع المتناسب للأعداد ٩ و ٨ و ٤٥


(٦) المطلوب ايجاد الرابع المتناسب للأعداد $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{2}{7}$

(٧) المطلوب ايجاد الوسط المتناسب للعددين ١٦ و ٢٥

(تم الجزء الثاني ويليه الجزء الثالث)

(وأوله الباب الاول في المقادير المتناسبة والقاعدة الثلاثية)

 Bibliotheca Alexandrina



0501911